

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 1/450

**ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ,
ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ
СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ**

Ph.D. & Dr.Sc. Lev Grigorevic Gelimson

**Академический институт создания всеобщих наук (Мюнхен)
Мюнхен: Издательство Всемирной Академии наук «Коллегиум», 1969, 2020**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 2/450

**ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ,
МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ,
ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ
СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ,
МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ
МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ**

Гелимсон Лев Григорьевич,

**доктор технических наук в разделе «Физико-
математические науки» по Классификатору**

Высшей Аттестационной Комиссии,

директор, Академический институт

создания всеобщих наук, Мюнхен, Германия,

E-mail: Leohi@mail.ru Web: http://kekmir.ru/members/person_6149.html

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 3/450

Аннотация. Созданы общие теории произвольных предметных единичности, множительности, целостности, кратности, делимости, упорядоченности и систем координат с действиями над предметами и числами. Введены наибольшие общие делящие и наименьшие общие кратные предметы, меры и многомерные прямоугольные параллелепипеды с обобщением наибольших общих делителей и наименьших общих кратных. На основе трёхуровневого иерархического анализа создана общая теория конечных и бесконечных

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 4/450

последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами. Эта общая теория не только обобщает теорию конечных и бесконечных последовательных отражений биссектрисы внутреннего угла прямоугольника его сторонами, но и неравноосными растяжениями плоскости выводится из этой теории. Открыты явления и доказанные теоремами законы конечной при соизмеримости и бесконечной при несоизмеримости основания прямоугольника и его высоты, делённой на тангенс угла между этим

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 5/450

основанием и секущей угла, секущей ломаной отражений в прямоугольнике, её конечной обратимости, неповторяемости, непротивоходности, невозвратимости и завершения в отличных от исходной вершинах прямоугольника, частичных, а при конечности секущей ломаной отражений в прямоугольнике и полных её общего числа отрезков и общей длины вместе с единым размером и общим количеством ромбов

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 6/450

равномерной сетки, образованной всеми самопересечениями секущей ломаной отражений в прямоугольнике. В общей теории (не)прерывности задач доказаны всюду разрывность задачи о секущей ломаной отражений в прямоугольнике и её вездесущность (повсеместность, всюду представленность, всюду наличие, всюду частота, общепринятая «всюду плотность») в нём в случае её бесконечности. На метауровне

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 7/450

математически моделируются выбор при многонаправленности, конечность и бесконечность, всюду разрывная задача, разрешимость и неразрешимость, простота и сложность, лёгкость и трудность, стандартность алгоритмического рассудка и открытия изобретательного разума, психология решения задачи вчувствованием, вдумыванием и вживанием в неё.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 8/450

Ключевые слова: предметность, единичность, множительность, целость, упорядоченность, несоизмеримость, наибольший общий делитель, наибольший общий делящий предмет, наибольшая общая делящая мера, наибольший общий делящий многомерный прямоугольный параллелепипед, наименьшее общее кратное, наименьший общий кратный предмет, наименьшая общая кратная мера, наименьший общий кратный многомерный прямоугольный параллелепипед, общая теория последовательных отражений секущей внутреннего

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 9/450

угла прямоугольника его сторонами, секущая ломаная отражений в прямоугольнике, трёхуровневый иерархический анализ, конечная обратимость, неповторяемость, непротивоходность, завершение, невозвратимость, бесконечность, всюду разрывная задача, основательность, продолговатость, угловой коэффициент, система относительных координат, самопересечение, равномерная ромбическая сетка, моделирование выбора при многонаправленности. УДК 51

**Мюнхен: Издательство Всемирной Академии наук
«Коллегиум», 1969, 2020**

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 10/450**

**THE GENERAL THEORIES OF OBJECT UNITS,
FACTORS, WHOLENESS, MULTIPLICITY, DIVISIBILITY,
ORDERS AND COORDINATE SYSTEMS, OF RECTANGLE
ANGLE SECANT REFLECTIONS BY RECTANGLE SIDES,
OF MODELING A SELECTION (CHOICE) BY
MULTIDIRECTIONALITY**

Gelimson Lev Grigorevic,

Ph. D. & Dr. Sc. in Engineering

in the section “Physical and Mathematical Sciences”

by the Highest Attestation Commission Classifier,

Director, Academic Institute for Creating Universal

Sciences, Munich, Germany,

E-mail: Leohi@mail.ru Web: http://kekmir.ru/members/person_6149.html

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 11/450

**Abstract. The general theories of any object units,
factors, wholeness, multiplicity, divisibility,
orderings and coordinate systems with operations
on objects and numbers have been created. The
greatest common dividing and the least common
multiple objects, measures and multidimensional
rectangular parallelepipeds with the
generalization of the greatest common divisors
and the least common multiples have been
introduced. On the basis of a three-level**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 12/450

hierarchical analysis, the general theory of finite and infinite successive reflections of an internal angle secant of a rectangle by its sides has been created. This general theory not only generalizes the theory of finite and infinite successive reflections of an internal angle bisector of a rectangle by its sides, but also is derivable from this theory via unequally stretching the rectangle plane. Among the phenomena and laws proved by the theorems are the finiteness or the infinity of

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 13/450

**the secant broken line of reflections in a rectangle
with the commensurability or
incommensurability of the base of the rectangle
and its height, divided by the tangent of the angle
between this base and the secant, respectively,
finite reversibility, non-repeatability, non-
counter-movement, non-return and termination
phenomena and laws, the partial segments
number and the partial length of the secant
broken line of reflections in a rectangle and, when**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 14/450

this line is finite, its total number of segments and total length together with the common size and the total number of the rhombuses of the uniform rhombic grid formed by all self-intersections of the secant broken line of reflections in a rectangle. In the general theory of problems (dis)continuity, the discontinuity of the problem of a secant broken line of reflections in a rectangle and this line ubiquity (omnipresence; representation, presence, frequency, generally

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 15/450**

accepted “density” everywhere) are proved everywhere in the case of this line infinity. At the metalevel, this problem mathematically models finiteness and infinity, (in)solvability and (un)decidability, simplicity and complexity, ease and difficulty, algorithmic reasoning standardization and inventive mind discoveries, solving problem philosophy and psychology by introfeeling, introthinking and introliving into a problem, as well as the one-directionality and a selection (choice) by multidirectionality are mathematically modeled.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 16/450

Keywords: number, factor, multiplicity, divisibility, greatest common divisor, least common multiple, set or algebraic operation, object, unit, wholeness, system of relative coordinates, ordering, incommensurability, greatest common divisor, greatest common dividing object, greatest common dividing measure, greatest common dividing multidimensional rectangular parallelepiped, least common multiple object, least common multiple measure, least common multiple multidimensional rectangular parallelepiped, general theory of successive reflections of the secant of an

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 17/450

internal angle of a rectangle by its sides, secant broken line of reflections in a rectangle, three-level hierarchical analysis, finite reversibility, non-repeatability, non-counter-movement, non-return, termination, infinity, everywhere discontinuous problem, solidity, elongation, system of relative coordinates, angular coefficient, self-intersection, uniform rhombic grid, choice, modeling a selection by multidirectionality.

UDC 51

Publishing House of the All-World Academy of Sciences “Collegium”, Munich, 1969, 2020

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 18/450

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Введение

1. Общие теории предметных единичности, множительности, целостности, кратности, делимости, упорядоченности и систем координат с действиями над произвольными предметами и числами

2. Общая теория конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами

2.1. Постановка задач. Основные определения и результаты

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 19/450

2.2. Построение общей теории конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами

3. Общая теория (не)прерывности задач и её приложение к последовательным отражениям секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 20/450

4. Метауровень математического моделирования (бес)конечности, (не)разрешимости, рассудка и разума, философии и психологии решения задачи и выбора при многонаправленности последовательными отражениями секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами

Заключение

Библиография

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 21/450

ПРЕДИСЛОВИЕ

Это обобщающая пятую шестая собственная научная работа, полностью самостоятельно задуманная, подготовленная, завершённая и осуществлённая под названием «Общая теория конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами» первоначально в 17-летнем возрасте в 1969 году выигрыша областных

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 22/450

олимпиад по всем предметам и третьих мест на Всеукраинской и Всесоюзной олимпиадах по математике и окончания физико-математического специального класса будущих гимназии и лицея с золотой медалью, одной из двух в областном центре, перед началом учёбы в институте.

Второе издание настоящей научной монографии последовало через 51 год после первого издания.

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 23/450**

ВВЕДЕНИЕ

Основное содержание настоящей научной монографии посвящено созданию, развитию и изложению моделирующей выбор при многонаправленности общей теории последовательных отражений секущей угла прямоугольника его сторонами и предваряется общими теориями сколь угодно общих именно

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 24/450

**предметных единичности,
множительности, целости, кратности,
делимости, упорядоченности и систем
координат как необходимыми,
целесообразными и полезными обобщениями
общематематического и даже общенаучного
значения, поскольку математика является не
только «царицей наук» по Гауссу, но и
всеобщим языком науки в целом.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 25/450

1. ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, УПОРЯДОЧЕННОСТИ И СИСТЕМ КООРДИНАТ С ДЕЙСТВИЯМИ НАД ПРОИЗВОЛЬНЫМИ ПРЕДМЕТАМИ И ЧИСЛАМИ

Созданы общие теории предметных единичности, множительности, целостности, кратности, делимости, упорядоченности и систем координат с действиями над произвольными предметами и числами.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 26/450

Предметная единичность позволяет принимать произвольный предмет как единичный, или предметную единицу, и рассматривать множество всех произведений этой предметной единицы на такие произвольные предметы, для которых все такие произведения математически существуют по известным или новым определениям.

Предметная множительность позволяет рассматривать множество всех таких произведений произвольных предметов, что все такие произведения математически существуют хотя бы формально по известным или новым определениям.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 27/450

Предметная целость предусматривает получение всех целых предметов умножением единичного предмета на всевозможные целые числа, причём умножение на нуль даёт играющий роль нуля нулевой предмет, а умножение на положительные целые числа равносильно сложению единичного предмета самого с собой соответствующее количество раз.

Кратность и делимость предусматривают, что данный предмет называется кратным другому предмету, называемому делящим этот кратный

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 28/450

предмет, если такой кратный предмет является произведением своего делящего предмета на некоторое целое число.

Соизмеримость некоторого множества предметов предусматривает существование предмета, делящего все предметы этого множества и называемого их общей делящей мерой.

Модульно наибольшей общей делящей мерой некоторого множества предметов называется их общая делящая мера, кратная всем их общим делящим мерам.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 29/450

Общей кратной мерой некоторого множества предметов называется предмет, кратный всем предметам этого множества.

Модульно наименьшей общей кратной мерой некоторого множества предметов называется их общая кратная мера, делящая все их общие кратные меры.

Предметная кратность и предметная делимость предусматривают, что данный предмет называется предметно кратным другому предмету, называемому предметно делящим этот предметно

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 30/450

кратный предмет, если такой предметно кратный предмет является произведением своего предметно делящего предмета на некоторый целый предмет.

Предметная соизмеримость некоторого множества предметов предусматривает существование предмета, предметно делящего все предметы этого множества и называемого их общей предметно делящей мерой.

Модульно наибольшей общей предметно делящей мерой некоторого множества предметов называется их общая предметно делящая мера, предметно кратная всем их общим предметно делящим мерам.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 31/450

Общей предметно кратной мерой некоторого множества предметов называется предмет, предметно кратный всем предметам этого множества.

Модульно наименьшей общей предметно кратной мерой некоторого множества предметов называется их общая предметно кратная мера, делящая все их общие предметно кратные меры.

Предметным порядком множества произведений единичного предмета на все предметы некоторого множества предметов называется порядок этого

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 32/450

множества предметов, например частичный, линейный, полный.

Предметными координатами множества произведений единичного предмета на все предметы некоторого множества предметов называются координаты этого множества предметов.

Тем самым достигаются обобщения целого ряда известных понятий классической математики. В частности, для конечных множеств однородных значений наибольшие общие (делящие, что является необходимым уточнением названия) меры

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 33/450

и вводимые наименьшие общие кратные меры и многомерные кубы, мерности которых равны мощностям этих множеств, в частности квадраты для мощности два, обобщают наибольшие общие делители и наименьшие (положительные, что является необходимым уточнением названия) общие кратные конечных множеств целых чисел.

В классической математике хорошо известны и широко и чрезвычайно плодотворно применяются, особенно в теории чисел, понятия кратности и делимости с её признаками, наибольших общих

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 34/450

делителей и наименьших общих кратных, вычисляемых по алгоритму Евклида для положительных целых чисел, арифметические для положительных целых чисел со времён античности, позже алгебраические применительно к целым числам и вообще кольцам.

Кроме того, ещё Аристотелю, то есть до Евклида, было известно понятие находимой по алгоритму Евклида для отрезков наибольшей общей меры отрезков как наибольшего отрезка, которому кратны эти отрезки.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 35/450

Замечание. Даже изображаемые на плоскости предметы, например составляющие множество

$$\{\cos(\varphi) + i\sin(\varphi) \mid \varphi \in [0, 2\pi)\}$$

направления всех комплексных чисел плоскости

$$a + bi = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$$

в полярных координатах r , φ как обобщения положительных

$$1 = \cos(0) + i\sin(0)$$

и отрицательных

$$-1 = \cos(\pi) + i\sin(\pi)$$

знаков и функции знака $\text{sign}(x)$ действительного числа x , могут создавать целый континуум направлений.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 36/450

Определение. Действительной предметной прямой для данного предмета называется множество всех произведений этого предмета на произвольные действительные числа.

Следствие. Действительная предметная прямая является обобщением действительной числовой прямой, получаемой при взятии предметом любого непременно ненулевого действительного числа.

Определение. Предметом, противоположным данному предмету, называется произведение данного предмета на минус единицу.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 37/450

Следствие. Свойство предметной противоположности взаимно, то есть каждый предмет противоположен противоположному ему предмету.

Определение. Неотрицательным предметным лучом для данного предмета называется множество всех произведений этого предмета на произвольные неотрицательные числа.

Следствие. Для любого ненулевого предмета на действительной предметной прямой неотрицательному предметному лучу принадлежит один и только один элемент пары, состоящей из этого предмета и предмета, противоположного ему.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 38/450

Определение. Представляющим семейство множеств называется множество, имеющее непременно непустое теоретико-множественное пересечение с каждым из множеств этого семейства.

Следствие. Неотрицательный предметный луч действительной предметной прямой представляет каждую пару противоположных предметов этой прямой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 39/450

Замечание. Наличие или отсутствие отрицательных знаков при умножении или делении влияет только на знаки произведения или частного соответственно и благодаря действенности отрицательности может быть рассмотрено отдельно применительно к итогам, тем более что не влияет на делимость именно нацело.

Следствие. При решении вопросов кратности и делимости достаточно ограничиться только неотрицательными кратностью и делимостью, то есть неотрицательным предметным лучом действительной предметной прямой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 40/450

Представляются целесообразными естественные обобщения понятий наибольших общих делителей и наименьших общих кратных применительно к произвольным попарно соизмеримым значениям величин, необходимо имеющим одну и ту же любую размерность, то есть однородным. Как всегда, соизмеримыми называются именно и только такие значения величин, для которых существуют общие делящие меры, так что отношения которых при исключении деления на нуль выражаются непременно рациональными числами.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 41/450

Определение. Наибольшей общей делящей мерой множества попарно соизмеримых значений называется наибольшее значение, нацело делящее все эти значения.

Замечание. Наличие или отсутствие отрицательных знаков у таких значений не влияет на их соизмеримость или несоизмеримость. Поэтому отрицательные знаки можно рассматривать отдельно и при решении вопросов соизмеримости или несоизмеримости ограничиваться только неотрицательными значениями. Нуль соизмерим с

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 42/450

произвольным ненулевым значением, поскольку отношение нуля к этому значению является нулевым, то есть рациональным числом. Нули делить друг на друга нельзя, поэтому для них необходимо и достаточно естественным образом расширить понятие соизмеримости требованием существования хотя бы одного такого ненулевого общего значения, с которым соизмеримы рассматриваемые значения, то есть воспользоваться свойством переносности (транзитивности) отношения соизмеримости.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 43/450

Разумеется, если хотя бы одно такое ненулевое общее значение существует, то существует и бесконечное множество таких значений, получающихся умножением такого значения на произвольные рациональные числа. При таком естественном расширении понятия соизмеримости нули соизмеримы между собой как произведения любого общего значения на нуль как на рациональное число.

В итоге для полного решения вопросов соизмеримости и несоизмеримости достаточно ограничиться только положительными значениями величин.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 44/450

Разумеется, любое значение соизмеримо с самим собой, или равные между собой значения соизмеримы как равные произведениям их общего значения на единицу как рациональное число. Поэтому представляет интерес решение вопросов соизмеримости или несоизмеримости только различных значений.

Рассмотрим два произвольных неотрицательных значения a и b , которые могут быть и равными между собой, и нулевыми, в том числе одновременно.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 45/450

Если оба этих значения a и b равны нулю, то любое ненулевое значение является общей делящей мерой этих значений a и b , так что именно наибольшей общей делящей меры нет, а единственной общей кратной мерой нулей является только нуль, так что именно наименьшей положительной общей кратной меры нет. Если одно из этих значений a и b равно нулю, а другое положительно, то именно ему равна наибольшая общая делящая мера, а единственной общей кратной мерой является только нуль, так что именно наименьшей положительной общей кратной меры нет.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 46/450

В итоге для полного решения вопросов наибольшей общей делящей меры и наименьшей положительной общей кратной меры достаточно ограничиться только положительными значениями a и b величин.

Теорема. Для существования хоть наибольшей общей делящей меры, хоть наименьшей положительной общей кратной меры положительных значений a и b величин необходима и достаточна их соизмеримость.

Доказательство.

Необходимость.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 47/450

Если существует общая делящая мера положительных значений a и b , то эти значения равны произведениям этой общей делящей меры на положительные целые числа и поэтому имеют непременно рациональное отношение, то есть соизмеримы между собой.

Если существует общая кратная мера положительных значений a и b , то эти значения равны частным от деления этой общей кратной меры на положительные целые числа и поэтому имеют непременно рациональное отношение, то есть соизмеримы между собой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 48/450

Необходимость доказана.

Достаточность доказывается следующей теоремой.

Теорема. Если отношение m/n соизмеримых значений a и b выражается несократимой дробью r/s , где m, n, r, s являются положительными целыми числами, причём r и s взаимно просты, то наибольшей общей делящей мерой значений a и b является общее значение $D\{a, b\}$ двух равных отношений

$$D\{a, b\} = a/r = b/s,$$

а наименьшей положительной общей кратной мерой значений a и b является значение

$$K = rsD\{a, b\} = sa = rb.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 49/450

Доказательство.

Пусть положительные значения a и b соизмеримы между собой, то есть имеют непременно рациональное отношение m/n , где m и n являются положительными целыми числами.

Если дробь m/n сократима, то приводится к равной несократимой дроби r/s делением и числителя m , и знаменателя n на их наибольший общий делитель (m, n) , где r и s являются взаимно простыми положительными целыми числами.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 50/450

То есть

$$a/b = m/n = r/s.$$

Поэтому общее значение $D\{a, b\}$ двух равных отношений

$$D\{a, b\} = a/r = b/s$$

и является наибольшей общей делящей мерой значений a и b ,

а наименьшей положительной общей кратной мерой значений a и b является значение

$$K = rsD\{a, b\} = sa = rb.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 51/450

Общая теория предметных кратности и делимости вводит и развивает систему соответствующих понятий, исходя из непустого множества произвольных предметов как векторов линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел с действиями сложения векторов и умножения их на числа. При этом имеют место все 8 свойств как аксиом обоих этих действий сложения векторов (создающего коммутативную, или абелеву, группу) и умножения вектора на скаляр.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 52/450

1. Переместительный (коммутативный) закон сложения предметов как векторов.
2. Сочетательный (ассоциативный) закон сложения предметов как векторов.
3. Существование нулевого предмета как нулевого вектора (нейтрального элемента относительно сложения предметов как векторов).
4. Существование предмета как вектора, противоположного любому предмету как вектору, как противоположного вектора.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 53/450

5. Сочетательный (ассоциативный) закон умножения предметов как векторов на скаляр.

6. Существование единичного (нейтрального относительно умножения на скаляр) элемента скалярного поля, сохраняющего предмет как вектор.

7. Распределительный (дистрибутивный) закон умножения предмета как вектора на скаляр относительно сложения скаляров.

8. Распределительный (дистрибутивный) закон умножения предмета как вектора на скаляр относительно сложения векторов.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 54/450

Для конечных множеств предметов вводимые наибольшие общие делящие предметы и наименьшие общие кратные предметы и многомерные прямоугольные параллелепипеды, мерности которых равны мощностям этих множеств, в частности прямоугольники для мощности два, обобщают наибольшие общие делители и наименьшие (положительные, что является необходимым уточнением названия) общие кратные конечных множеств целых чисел.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 55/450

Определение. Кратным предметом для данного предмета называется любой предмет, равный произведению данного предмета на некоторое неотрицательное целое число.

Определение. Общим кратным предметом для множества предметов называется любой предмет, кратный каждому предмету этого множества.

Определение. Делящим предметом для данного предмета называется любой предмет, кратным для которого является данный предмет.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 56/450

Определение. Общим делящим предметом для множества предметов называется любой предмет, делящий для каждого предмета этого множества.

Определение. Наименьшим общим кратным предметом для множества предметов называется общий кратный предмет для этого множества предметов, делящий для каждого общего кратного предмета для этого множества предметов.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 57/450

Определение. Наибольшим общим делящим предметом для множества предметов называется общий делящий предмет для этого множества предметов, кратный для каждого общего делящего предмета для этого множества предметов.

В итоге для полного решения вопросов наибольшего общего делящего предмета и наименьшего общего кратного предмета достаточно ограничиться рассмотрением умножений предметов a и b как векторов только на положительные числа c возможными дополнительными умножениями на минус единицу.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 58/450

Определение. Предметы как векторы линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел называются соизмеримыми между собой и имеющими рациональное отношение, если в этом пространстве существует такой общий для всех этих предметов предмет, что каждый из этих предметов получается умножением этого общего предмета на некоторое рациональное число.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 59/450

Теорема. Имеющие общий делящий предмет предметы как векторы линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел соизмеримы между собой.

Доказательство.

По определению общего делящего предмета каждый из этих предметов равен произведению этого общего делящего предмета на некоторое целое число. А каждое целое число является рациональным числом, что и доказывает теорему.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 60/450

Следствие. Если существует общий делящий предмет предметов a и b как векторов линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел, то предметы a и b равны произведениям этого общего делящего предмета на целые числа и поэтому имеют непременно рациональное отношение в смысле получаемости каждого предмета a или b из другого его умножением на рациональное число, то есть соизмеримы между собой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 61/450

Теорема. Имеющие общий кратный предмет предметы как векторы линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел соизмеримы между собой.

Доказательство.

По определению общего кратного предмета каждый из этих предметов равен частному от деления этого общего кратного предмета на некоторое целое число. А обращение каждого целого числа является рациональным числом, что и доказывает теорему.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 62/450

Следствие. Если существует общий кратный предмет предметов a и b как векторов линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел, то предметы a и b равны частным от делений этого общего делящего предмета на целые числа и поэтому имеют непременно рациональное отношение в смысле получаемости каждого предмета a или b из другого его умножением на рациональное число, то есть соизмеримы между собой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 63/450

Теорема. Если отношение m/n соизмеримых предметов a и b как векторов линейного (векторного) пространства над скалярным полем всех действительных чисел выражено несократимой дробью r/s , где m, n, r, s являются положительными целыми числами, причём r и s взаимно просты, то наибольшим общим делящим предметом предметов a и b является предмет

$$D\{a, b\} = a/r = b/s,$$

a наименьшим общим кратным предметом предметов a и b является предмет

$$M\{a, b\} = rsD\{a, b\} = sa = rb.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 64/450

Доказательство.

Полезны три предварительных разъясняющих замечания.

Во-первых, по определению соизмеримости предметы a и b соизмеримы между собой тогда и только тогда, когда имеют непременно рациональное отношение a/b , то есть

$$a/b = m/n,$$

где m и n являются положительными целыми числами, однако необязательно взаимно простыми, так что дробь m/n может быть сократимой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 65/450

Во-вторых, если дробь m/n сократима, то по алгоритму Евклида или с помощью разложений числителя m и знаменателя n в произведения простых множителей по основной теореме арифметики приводится к равной несократимой дроби r/s делением и числителя m , и знаменателя n на их наибольший общий делитель (m, n) , где r и s являются взаимно простыми положительными целыми числами, так что

$$a/b = m/n = r/s.$$

В-третьих, действительно, $a/r = b/s$ ввиду $a/b = r/s$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 66/450

Докажем, что предмет

$$D\{a, b\} = a/r = b/s$$

является наибольшим общим делящим предметом предметов a и b .

Во-первых, предмет $D\{a, b\}$ является общим делящим предметом предметов a и b по общему определению делящих предметов, поскольку

$$a/D\{a, b\} = r,$$

$$b/D\{a, b\} = s$$

с положительными целыми числами r и s .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 67/450

Во-вторых, пусть предмет d является произвольным общим делящим предметом предметов a и b . Тогда по общему определению делящих предметов

$$a/d = g,$$

$$b/d = h$$

с положительными целыми числами g и h . Так что

$$g/h = a/b = m/n = r/s.$$

Разложения положительных целых числителя m и знаменателя n дроби m/n в произведения простых сомножителей по основной теореме арифметики непременно существуют и единственны.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 68/450

Как следствие приведение этой дроби m/n к именно несократимой дроби r/s с положительными целыми числителем r и знаменателем s непременно существует и единственно.

Поэтому для положительных целых числителя g и знаменателя h любой дроби g/h , которая равна дроби m/n , непременно существует и единственно такое положительное целое число k , что имеет место совокупность двух равенств

$$g = kr,$$

$$h = ks.$$

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 69/450**

Тогда

$$\begin{aligned}a/d &= g = kr, \\ b/d &= h = ks.\end{aligned}$$

Так что

$$\begin{aligned}a/r &= kd, \\ b/s &= kd\end{aligned}$$

и ввиду

$$D\{a, b\} = a/r = b/s$$

получаем

$$D\{a, b\}/d = (a/r)/d = (b/s)/d = kd/d = kd/d = k.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 70/450

То есть общий делящий предмет $D\{a, b\}$ предметов a и b кратен любому общему делящему предмету d предметов a и b и является именно наибольшим общим делящим предметом предметов a и b по общему определению наибольшего общего делящего предмета, что и требовалось доказать первой частью теоремы о том, что наибольшим общим делящим предметом предметов a и b является предмет

$$D\{a, b\} = a/r = b/s.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 71/450

Остаётся доказать вторую часть теоремы о том, что наименьшим общим кратным предметов a и b является предмет

$$M\{a, b\} = rsD\{a, b\} = sa = rb.$$

Во-первых, сами эти равенства показывают, что предмет M{a, b} является общим кратным предметом предметов a и b по общему определению общего кратного предмета, коль скоро r и s являются положительными целыми числами.

Во-вторых, пусть μ является любым общим кратным предметом предметов a и b.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 72/450

Тогда по общему определению положительного общего кратного предмета предметов a и b существуют такие положительные целые числа v и w , что

$$\mu = wa = vb.$$

Так что

$$v/w = a/b = m/n = r/s.$$

Разложения положительных целых числителя m и знаменателя n дроби m/n в произведения простых сомножителей по основной теореме арифметики непременно существуют и единственны.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 73/450

Как следствие приведение этой дроби m/n к именно несократимой дроби r/s с положительными целыми числителем r и знаменателем s непременно существует и единственно.

Поэтому для положительных целых числителя v и знаменателя w любой дроби v/w , которая равна дроби m/n , непременно существует и единственно такое положительное целое число K , что имеет место совокупность двух равенств

$$v = Kr,$$

$$w = Ks.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 74/450

Тогда ввиду

$$\mu = wa = vb,$$

$$M\{a, b\} = rsD\{a, b\} = sa = rb$$

получаем

$$\mu = Ksa = Krb = KM\{a, b\}$$

с положительным целым числом K .

То есть общий кратный предмет $M\{a, b\}$ значений a и b является делящим для любого общего кратного предмета μ предметов a и b и

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 75/450

**является именно наименьшим общим
кратным предметом предметов a и b по
его общему определению, что и
требовалось доказать второй частью
теоремы о том, что наименьшим общим
кратным предметом предметов a и b
является предмет**

$$M\{a, b\} = rsD\{a, b\} = sa = rb.$$

Тем самым теорема доказана полностью.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 76/450

Геометрические изображения
наибольшего общего делящего предмета
 $D\{a, b'\}$, наименьшего общего кратного
предмета $M\{a, b'\}$ и соответствующих им
многомерных прямоугольных
параллелепипедов и (при делении
ординат на $\operatorname{tg}\alpha$ при угле α между
основанием и секущей) кубов, мерности
которых равны мощностям множеств

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 77/450

предметов, в частности прямоугольников и квадратов для множества из двух соизмеримых предметов a и b' мощностью два, в размерных с физической единицей предметов a и b' и в безразмерных относительных (делённых на наибольший общий делящий предмет $D\{a, b'\}$) координатах показаны на рисунках 1, 2 и 3 соответственно.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 78/450

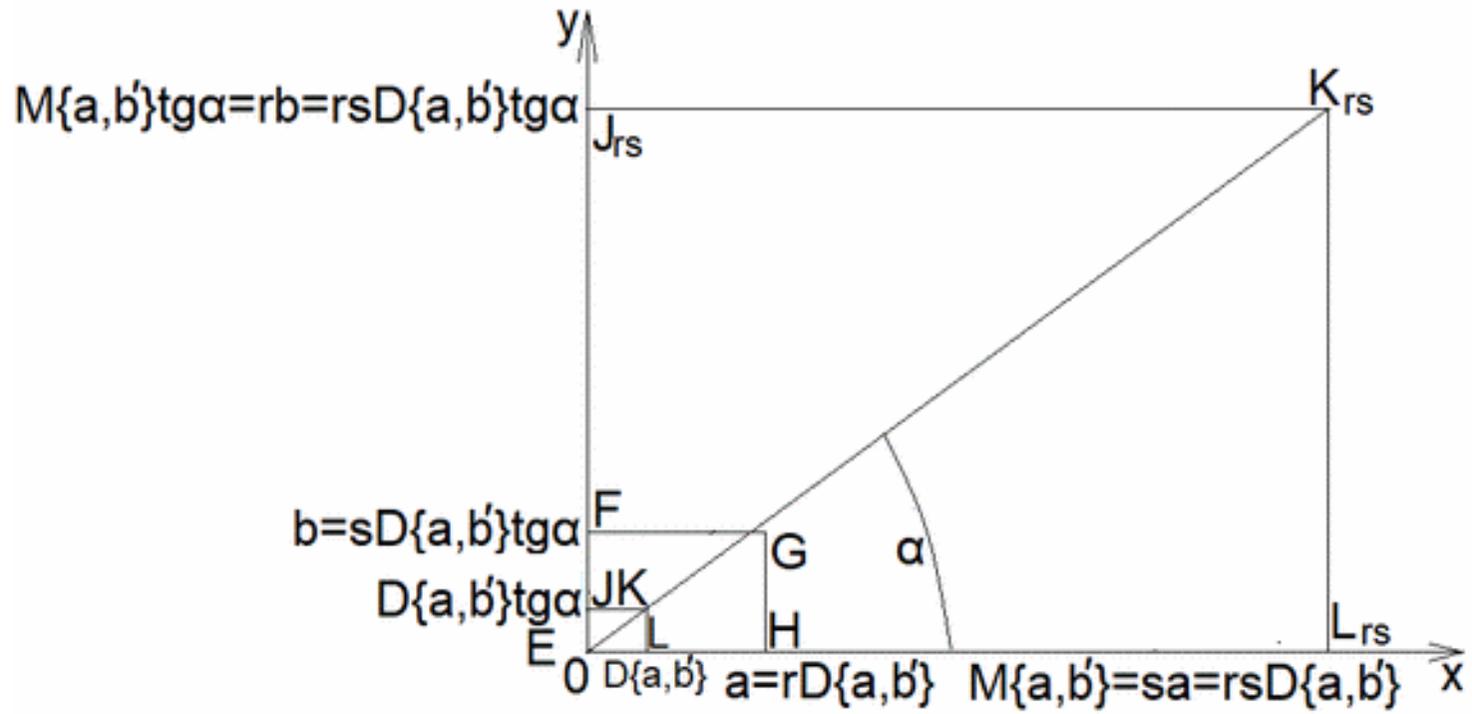


Рисунок 1. Наибольший общий делящий предмет $D\{a, b'\}$, наименьший общий кратный предмет $M\{a, b'\}$ и соответствующие им многомерные прямоугольные параллелепипеды, мерности которых равны мощностям множеств предметов, в частности прямоугольники для множества из двух соизмеримых предметов a и b' мощностью два, в размерных с физической единицей предметов a и b' координатах.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 79/450

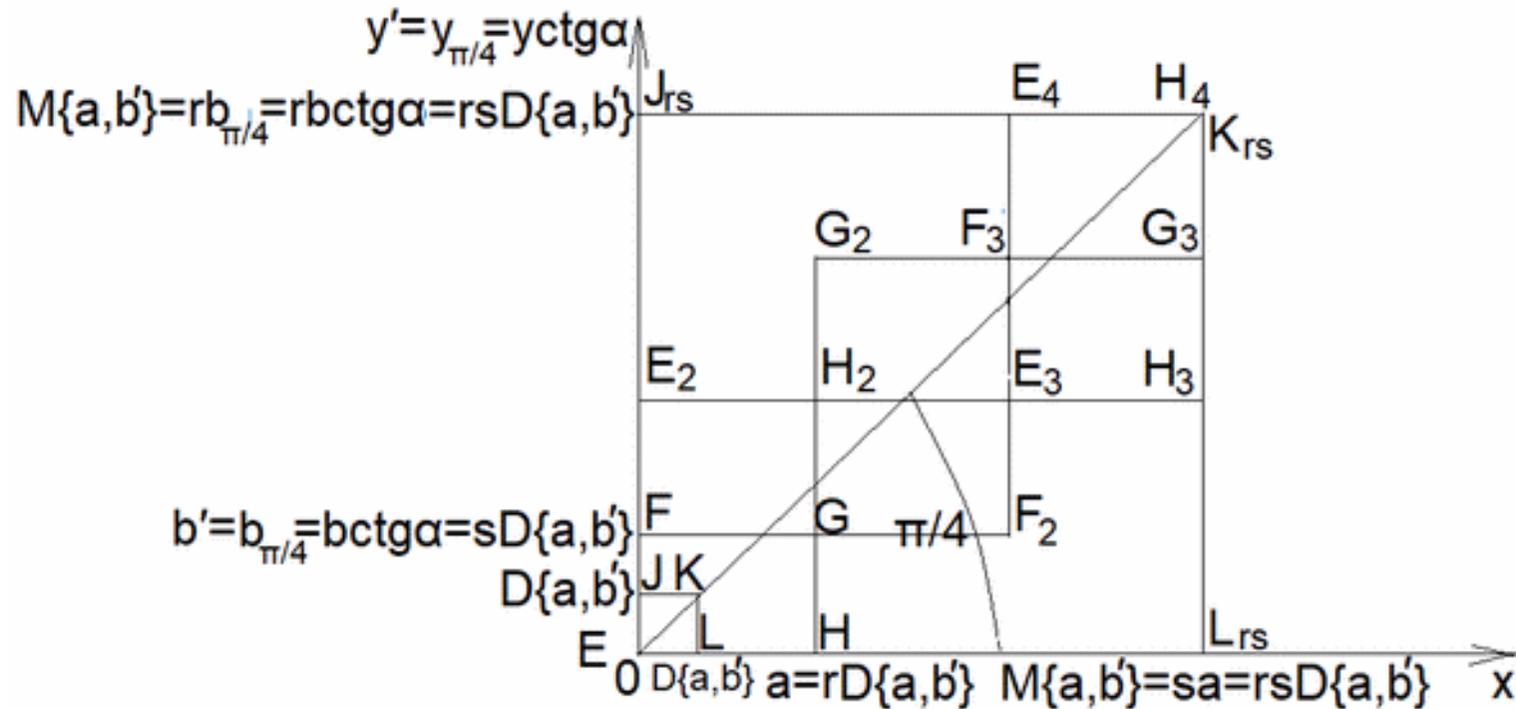


Рисунок 2. Наибольший общий делящий предмет $D\{a, b'\}$, наименьший общий кратный предмет $M\{a, b'\}$ и соответствующие им многомерные кубы, мерности которых равны мощностям множеств предметов, в частности квадраты для множества из двух соизмеримых предметов a и b' мощностью два, в размерных с физической единицей значений a и b' координатах.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 80/450

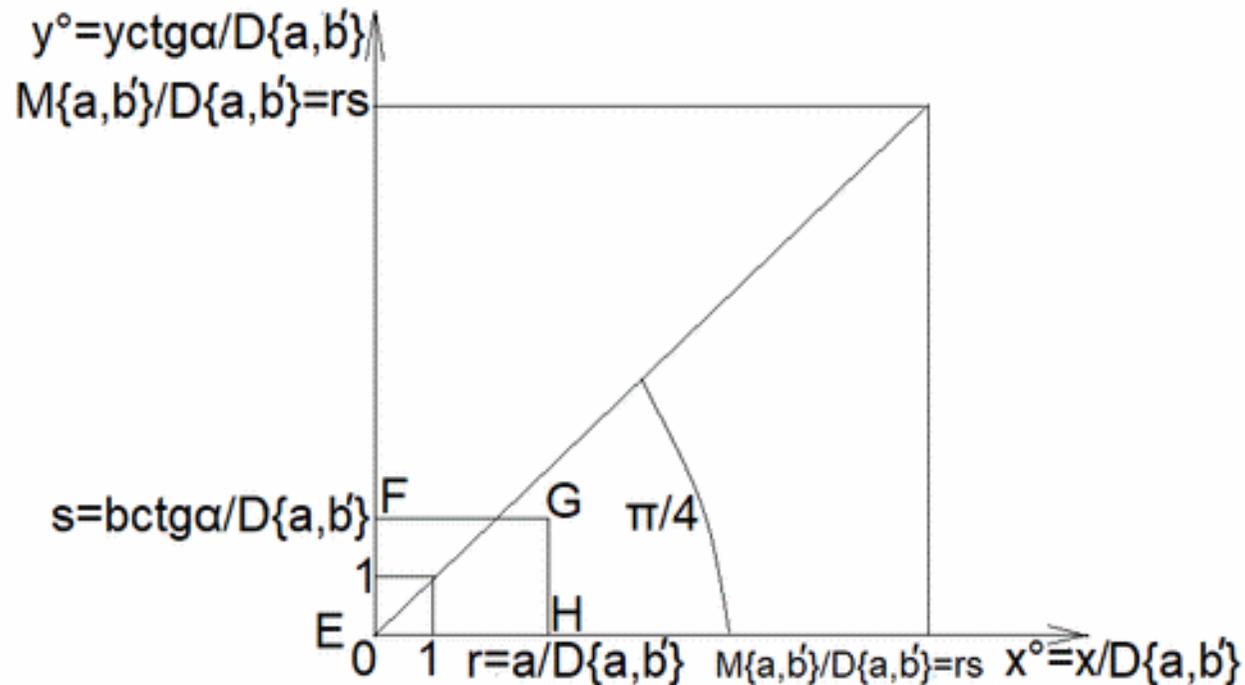


Рисунок 3. Наибольший общий делящий предмет $D\{a, b'\}$, наименьший общий кратный предмет $M\{a, b'\}$ и соответствующие им многомерные кубы, мерности которых равны мощностям множеств предметов, в частности квадраты для множества из двух соизмеримых предметов a и b' мощностью два, в безразмерных относительных (делённых на наибольший общий делящий предмет $D\{a, b'\}$) координатах.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 81/450

На рисунке 1 изображены наименьший общий кратный прямоугольник $EJ_{rs}K_{rs}L_{rs}$ сторонами

$$EL_{rs} = M\{a, b'\} = sa = rb' = rb/tg\alpha = rb(ctg\alpha) = rsD\{a, b'\},$$

$$EJ_{rs} = M\{a, b'\}tg\alpha = satg\alpha = rb'tg\alpha = rb = rsD\{a, b'\}tg\alpha,$$

в нём прямоугольник EFGH сторонами

$$EH = a = rD\{a, b'\},$$

$$EF = b = b'tg\alpha = sD\{a, b'\}tg\alpha,$$

причём $a \geq b'$, в нём наибольший общий делящий прямоугольник EJKL сторонами

$$EL = D\{a, b'\},$$

$$EJ = D\{a, b'\}tg\alpha.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 82/450

Диагональ EK_{rs} наименьшего общего
кратного прямоугольника $EJ_{rs}K_{rs}L_{rs}$
изображает действительный в пределах
прямоугольника $EFGH$ и равновеликий
предварительно кратко представленному
здесь действительному мнимый
спрямлённый ход отражений секущей EK_{rs}
внутреннего угла FEN прямоугольника $EFGH$
в прямоугольнике $EFGH$ его сторонами.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 83/450

На рисунке 2 изображены наименьший общий кратный квадрат $EJ_{rs}K_{rs}L_{rs}$ стороной $EJ_{rs} = EL_{rs} = M\{a, b'\}$, в нём прямоугольник $EFGH$ сторонами $EH = a$, $EF = b'$, причём $a \geq b'$, в нём наибольший общий делящий квадрат $EJKL$ стороной $EJ = EL = D\{a, b'\}$. Совпадающие биссектриса и диагональ EK_{rs} наименьшего общего кратного квадрата $EJ_{rs}K_{rs}L_{rs}$ изображают действительный в пределах прямоугольника $EFGH$ и равновеликий предварительно кратко представленному здесь действительному мнимый спрямлённый ход отражений изображающей биссектрисы (секущей до деления ординат на $\operatorname{tg}\alpha$) EK внутреннего угла FEN прямоугольника $EFGH$ в прямоугольнике его сторонами.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 84/450

Биссектриса **ЕК** в прямоугольнике **EFGH** начинается совпадающими биссектрисой и диагональю **ЕК** наибольшего общего делящего квадрата **EJKL**, продолжается до встречи с ближайшей стороной прямоугольника **EFGH**, которой оказывается его верхнее основание **FG**, поскольку $a \geq b'$, и далее, оставаясь внутри прямоугольника **EFGH**, последовательно отражается от его сторон по закону равенства угла падения и

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 85/450

угла отражения, то есть по закону зеркального отражения светового луча и по закону упругого отражения, либо до первого попадания в одну из вершин прямоугольника EFGH, в которой завершается целиком изображающая биссектральная (секущая до деления ординат на $\operatorname{tg}\alpha$) ломаная отражений в прямоугольнике его сторонами и в этом и только в этом случае оказывается конечной, что предполагается на рисунках 1, 2 и 3, либо

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 86/450

продолжается бесконечно без попаданий в вершины прямоугольника EFGH.

На рисунке 2 прямоугольник EFGH последовательно зеркально отражается относительно отражающей стороны при каждом отражении изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике его сторонами, что подробно представлено в дальнейшем.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 87/450

Если $a = b'$, то прямоугольник EFGH становится квадратом, биссектриса EK внутреннего угла которого немедленно попадает в противоположную вершину квадрата и на этом завершается, до её отражений сторонами дело не доходит, название изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике сохраняется чисто формально для единообразия, поскольку она ещё и целиком сводится к прямолинейной диагонали квадрата, которая является и биссектрисой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 88/450

Если $a > b'$, то изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике не завершается сразу же целиком, а отражается от верхнего основания FG прямоугольника $EFGH$, который поэтому зеркально отражается относительно именно этого основания и переходит в прямоугольник FE_2H_2G , в котором ввиду равенства угла падения и угла отражения в прямоугольнике $EFGH$ мнимый ход биссектрисы EK оказывается её прямолинейным продолжением.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 89/450

В частном примере при $r = 4$, $s = 3$ на рисунке 2 мнимое продолжение биссектрисы EK в прямоугольнике FE_2H_2G первой встречает правую боковую сторону GH_2 , который поэтому зеркально отражается относительно именно этой боковой стороны и переходит в прямоугольник $GH_2E_3F_2$, в котором ввиду равенства угла падения и угла отражения в прямоугольнике FE_2H_2G мнимый ход биссектрисы EK оказывается её прямолинейным продолжением.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 90/450

Мнимое продолжение биссектрисы EK в прямоугольнике $GN_2E_3F_2$ первым встречает верхнее основание N_2E_3 , который поэтому зеркально отражается относительно именно этого верхнего основания и переходит в прямоугольник $N_2G_2F_3E_3$, в котором ввиду равенства угла падения и угла отражения в прямоугольнике $GN_2E_3F_2$ мнимый ход биссектрисы EK оказывается её прямолинейным продолжением.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 91/450

Мнимое продолжение биссектрисы EK в прямоугольнике $H_2G_2F_3E_3$ первой встречает правую боковую сторону E_3F_3 , который поэтому зеркально отражается относительно именно этой боковой стороны и переходит в прямоугольник $E_3F_3G_3H_3$, в котором ввиду равенства угла падения и угла отражения в прямоугольнике $H_2G_2F_3E_3$ мнимый ход биссектрисы EK оказывается её прямолинейным продолжением.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 92/450

**Мнимое продолжение биссектрисы ЕК в
прямоугольнике $E_3F_3G_3H_3$ первым
встречает верхнее основание F_3G_3 ,
который поэтому зеркально отражается
относительно именно этого верхнего
основания и переходит в прямоугольник
 $F_3E_4H_4G_3$, в котором ввиду равенства угла
падения и угла отражения в
прямоугольнике $E_3F_3G_3H_3$ мнимый ход**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 93/450

биссектрисы EK оказывается её
прямолинейным продолжением и в том
же частном примере при $r = 4, s = 3$ на
рисунке 2 завершается целиком в
вершине H_4 , совпадающей с вершиной K_{rs}
наименьшего общего кратного квадрата
 $EJ_{rs}K_{rs}L_{rs}$, в которой при соизмеримости a и b'
всегда завершается по его диагонали и
биссектрисе EK_{rs} мнимое продолжение
биссектрисы EK .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 94/450

Следовательно, при соизмеримости сторон прямоугольника a и b' , отношение которых a/b' выражается именно несократимой дробью r/s , длина изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике равна диагонали наименьшего общего кратного квадрата $EJ_{rs}K_{rs}L_{rs}$ и поэтому составляет (что куда менее наглядно и куда более обстоятельно будет показано и в дальнейшем)

$$2^{1/2}M\{a, b'\} = 2^{1/2}sa = 2^{1/2}rb' = 2^{1/2}rsD\{a, b'\}.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 95/450

2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ КОНЕЧНЫХ И БЕСКОНЕЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ ВНУТРЕННЕГО УГЛА ПРЯМОУГОЛЬНИКА ЕГО СТОРОНАМИ

2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть из вершины прямоугольника со сторонами a и b исходит как секущая угла ломаная, строящаяся по закону упругого соударения в механике и по закону падения и отражения светового луча в оптике (угол падения равен углу отражения) от

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 96/450

сторон прямоугольника внутрь его. Исходящий луч включает первый отрезок секущей ломаной, является секущей исходного внутреннего угла прямоугольника и образует с той стороной а прямоугольника, противоположную которой сторону встречает непременно самой первой и, будучи именно лучом, пересекает, угол

$$\alpha \in (0, \pi/2), 0 < \alpha < \pi/2,$$

поскольку в тривиальных вырожденных случаях $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$ секущая ломаная сводится к единственной соответствующей стороне прямоугольника, исходящей из этой его вершины. Условимся завершать секущую

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 97/450

ломаную именно целиком при первом же её попадании в одну из вершин прямоугольника и в таком и только в таком случае считать секущую ломаную конечной.

Назовём отношение сторон прямоугольника

$$\sigma = a/b$$

основательностью прямоугольника, тангенс угла наклона первого отрезка секущей ломаной к стороне а

$$\tau = \operatorname{tg}\alpha$$

угловым коэффициентом секущей ломаной, а

$$b' = b_{\pi/4} = b/\tau = b/\operatorname{tg}\alpha = b(\operatorname{ctg}\alpha)$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 98/450

биссектрально приведённой к $\alpha = \pi/4$ стороной b .

Тогда для так определяемой секущей ломаной отражений в прямоугольнике верна следующая общая теорема.

ОБЩАЯ ТЕОРЕМА

Секущая ломаная отражений в прямоугольнике не может попасть в ту же самую вершину прямоугольника, откуда эта ломаная вышла.

Секущая ломаная отражений в прямоугольнике конечна тогда и только

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 99/450

Тогда, когда произведение основательности прямоугольника на угловой коэффициент этой ломаной рационально, то есть

$$\sigma\tau = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = a/(b/\operatorname{tg}\alpha) = a/b' = a/b_{\pi/4} = r/s,$$

где r, s – натуральные (положительные целые) взаимно простые числа, то есть

$$r, s \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

и их наибольший общий делитель равен единице:

$$(r, s) = 1.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 100/450

В этом случае общее число N_g отрезков секущей ломаной отражений в прямоугольнике равно

$$N_g = r + s - 1.$$

В этом случае введём обозначение наибольшей общей делящей меры (здесь и всюду далее котангенс угла α , а не произведение параметра s на тангенс угла α)

$$D\{a, b'\} = a/r = b'/s = b \operatorname{ctg} \alpha / s = b(\operatorname{ctg} \alpha) / s = (b/s)(\operatorname{ctg} \alpha).$$

В этом случае общая (суммарная) длина секущей ломаной отражений в прямоугольнике составляет

$$L_g = ab / (D\{a, b'\} \sin \alpha) = sa / \cos \alpha = rb' / \cos \alpha = rb / \sin \alpha = rs D\{a, b'\} / \cos \alpha.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 101/450

Всеми самопересечениями секущей ломаной отражений в прямоугольнике образуется равномерная ромбическая решётка из

$$Q_g = (a/D\{a, b'\} - 1)(b(\operatorname{ctg}\alpha)/D\{a, b'\} - 1)/2 = \\ (a/D\{a, b'\} - 1)(b'/D\{a, b'\} - 1)/2 = (r - 1)(s - 1)/2$$

равных между собой ромбов со сторонами $D\{a, b'\}/\cos\alpha$, с диагоналями $2D\{a, b'\}$, параллельными сторонам a прямоугольника, и с диагоналями $2D\{a, b'\}\operatorname{tg}\alpha$, параллельными сторонам b прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 102/450

2.2. ПОСТРОЕНИЕ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ И БЕСКОНЕЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ ВНУТРЕННЕГО УГЛА ПРЯМОУГОЛЬНИКА ЕГО СТОРОНАМИ

Открытые явление и закон и доказывающая их теорема конечной обратимости секущей ломаной отражений в прямоугольнике. Непременно конечная секущая ломаная отражений в прямоугольнике обратима.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 103/450

Доказательство.

Поскольку эта секущая ломаная отражений в прямоугольнике конечна, то состоит из именно конечного множества отрезков.

Траектория секущей ломаной отражений в прямоугольнике обратима ввиду взаимной однозначности и взаимной обратимости движения по законам падения и отражения.

Эта часть общей теоремы доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 104/450

Открытые явление и закон и доказывающая их теорема невозвратимости секущей ломаной отражений в прямоугольнике. Невозможно возвращение секущей ломаной отражений в прямоугольнике в ту его вершину, из которой эта секущая ломаная вышла. Доказательство методом от противоречащего.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 105/450

Допустим, напротив, что существуют такие прямоугольник и секущая ломаная в нём, которая попала в ту же самую вершину прямоугольника, откуда эта ломаная вышла. Хотя бы один из углов, образуемых каждым из отрезков секущей ломаной отражений в прямоугольнике с каждой из параллельных сторон а прямоугольника, составляет α .

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 106/450**

**Поэтому такая секущая ломаная
вынуждена вернуться в свою
исходную вершину прямоугольника
непрерывно по той же самой секущей
того же самого внутреннего угла
прямоугольника при этой вершине
прямоугольника, то есть по своей
собственной траектории.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 107/450

Траектория этой секущей ломаной обратима ввиду взаимной однозначности и взаимной обратимости движения по законам падения и отражения.

Поскольку эта секущая ломаная попала в одну из вершин прямоугольника, то эта секущая ломаная конечна, то есть состоит из именно конечного множества отрезков. Начиная с этой совпадающей части траектории этой секущей ломаной в её начале и в конце, по этой секущей ломаной можно двинуться от совпадающих начала и конца этой секущей ломаной к середине этой ломаной.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 108/450

Раздвоение траектории этой секущей ломаной невозможно ввиду взаимной однозначности и взаимной обратимости движения по законам падения и отражения. Следовательно, через конечное число шагов эта секущая ломаная вынуждена отразиться одной из сторон прямоугольника сама в себя. Однако для этого необходима и достаточна именно перпендикулярность падающего и отражённого отрезков этой секущей ломаной в такой точке самоотражения этой секущей ломаной к

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 109/450

соответствующей стороне прямоугольника.

Но это невозможно, поскольку хотя бы один из углов, образуемых каждым из отрезков этой ломаной с каждой из параллельных сторон а прямоугольника, составляет α , причём угол

$$\alpha \in (0, \pi/2), 0 < \alpha < \pi/2,$$

то есть именно строго больше нуля и строго меньше, чем $\pi/2$. Полученное противоречие доказывает эту часть общей теоремы.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 110/450

Открытые явление и закон и доказывающая их теорема неповторяемости секущей ломаной отражений в прямоугольнике. Для секущей ломаной отражений в прямоугольнике невозможно повторное прохождение ни одного своего отрезка в одном и том же направлении. Доказательство методом от противоречащего.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 111/450

В противоречии с теоремой допускаем существование таких прямоугольника, секущей ломаной отражений в прямоугольнике и её отрезка, проходимого ею хотя бы дважды в одном и том же направлении. Тогда секущая ломаная отражений в прямоугольнике, начиная с начала первого прохождения этого отрезка, образует цикл до начала второго прохождения этого же отрезка. Далее этот цикл повторяется

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 112/450

бесконечно. Сойти с этого цикла секущая ломаная отражений в прямоугольнике не может ввиду однозначности и обратимости своего движения по законам падения и отражения. Следовательно, эта секущая ломаная отражений в прямоугольнике непременно бесконечна и никогда не попадёт ни в одну из вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 113/450

А теперь начнём с начала второго прохождения этого же отрезка движение по секущей ломаной отражений в прямоугольнике в противоположном её направлении. Ввиду взаимных однозначности и обратимости её движения по законам падения и отражения произойдёт её возврат к началу того же самого первого цикла, но теперь уже проходимого в направлении, противоположном первоначальному. И вновь

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 114/450

ЭТОТ ЦИКЛ теперь уже в ПРОТИВОПОЛОЖНОМ направлении будет проходиться секущей ломаной отражений в прямоугольнике именно бесконечно. Избежать такого бесконечного прохождения этого цикла секущая ломаная отражений в прямоугольнике не может ввиду её движения по взаимно однозначным и обратимым законам падения и отражения, что исключает возможность любого раздвоения её траектории. Поэтому такая якобы секущая

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 115/450

**ломаная отражений в прямоугольнике не
могла выйти как секущая
соответствующего внутреннего угла из
своей исходной вершины
прямоугольника и вообще является отнюдь
не именно секущей ломаной отражений в
прямоугольнике, а циклической наклонной
ломаной отражений в прямоугольнике.
Полученное противоречие доказывает
теорему.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 116/450

Открытые явление и закон и доказывающая их теорема непротивоходности секущей ломаной отражений в прямоугольнике. Для секущей ломаной отражений в прямоугольнике невозможно повторное прохождение ни единого своего отрезка в противоположных направлениях. Доказательство методом от противоречащего.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 117/450

В противоречии с теоремой допускаем существование таких прямоугольника, секущей ломаной отражений в прямоугольнике и её отрезка, проходимого ею хотя бы дважды в противоположных направлениях. Тогда секущая ломаная отражений в прямоугольнике, начиная с начала второго прохождения этого отрезка в направлении, противоположном направлению первого прохождения этого отрезка,

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 118/450

непрерывно возвращается именно по своей
собственной траектории теперь уже в
противоположном направлении к своему
началу в своей исходной вершине
прямоугольника, из которой она вышла как
секущая соответствующего внутреннего угла.
Сойти с этого пути секущая ломаная
отражений в прямоугольнике не может ввиду
однозначности и обратимости своего
движения по законам падения и отражения.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 119/450

Следовательно, эта секущая ломаная отражений в прямоугольнике непременно конечна и вернулась к своему началу.

Однако это противоречит теореме о невозвратимости секущей ломаной отражений в прямоугольнике.

Полученное противоречие доказывает теорему.

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 120/450**

**При необходимости путём поворотов,
включая пространственные, а если
ограничиваться плоскостью, то и с
использованием зеркальной
симметрии располагаем
рассматриваемый прямоугольник на
рассматриваемой плоскости
следующим образом:**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 121/450

1. Исходящий луч секущей ломаной отражений в прямоугольнике включает первый отрезок секущей ломаной, является секущей исходного внутреннего угла прямоугольника и образует с той стороной а прямоугольника, противоположную которой сторону встречает непременно самой первой и, будучи именно лучом, пересекает, угол $\alpha \in (0, \pi/2), 0 < \alpha < \pi/2.$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 122/450

Эта сторона а прямоугольника, называемая его основанием, располагается горизонтально. Тогда другая сторона b прямоугольника, называемая его высотой, располагается вертикально.

2. Рассматриваемый луч, являющийся секущей одного из внутренних углов прямоугольника, исходит из его левого нижнего угла.

Введём обозначения согласно рисунку 4.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 123/450

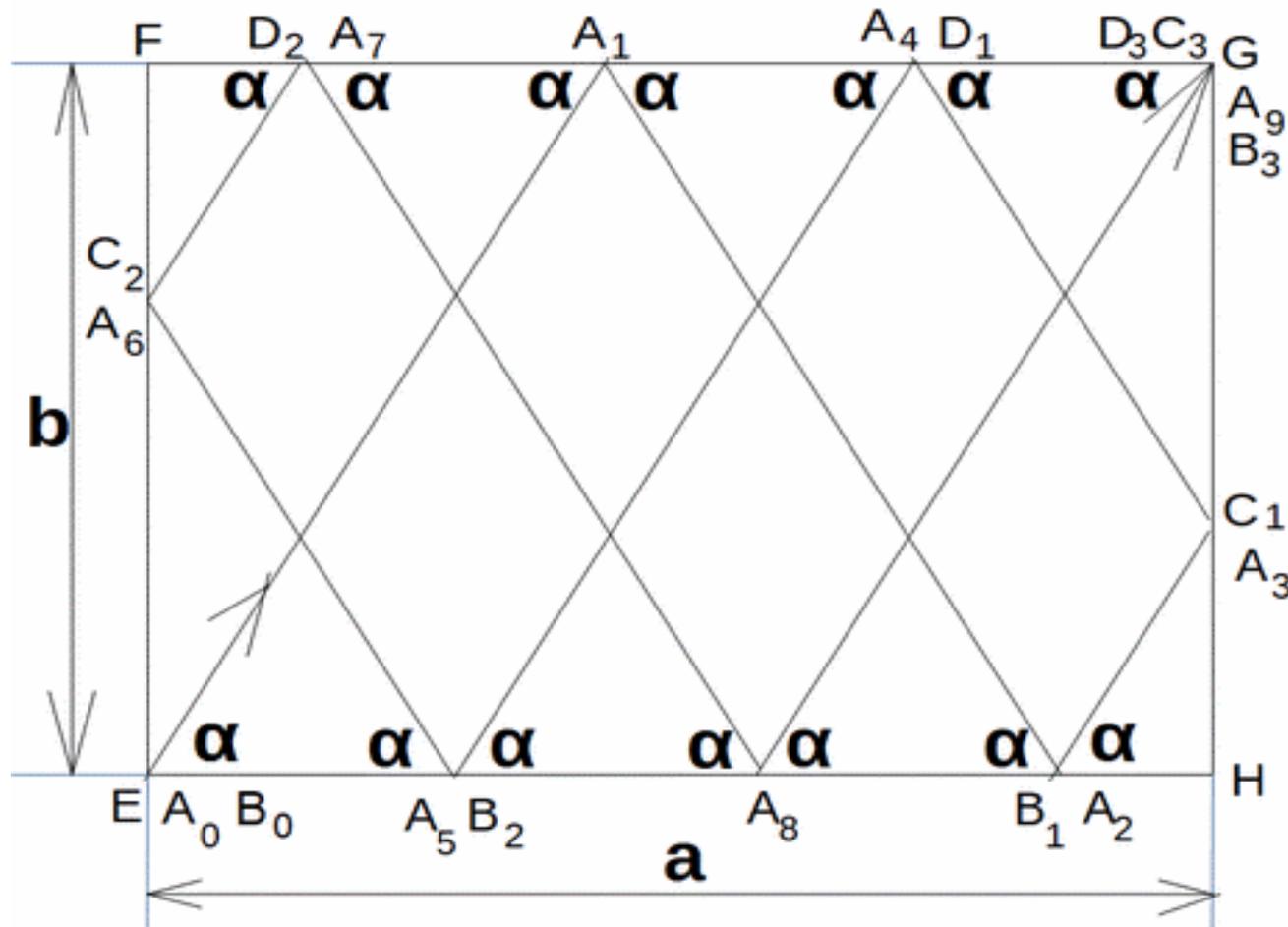


Рисунок 4. Секущая ломаная $A_0A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9$ отражений в прямоугольнике EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 124/450

Прямоугольник EFGH имеет основание a и высоту b, причём

$$a \geq b(\operatorname{ctg}\alpha).$$

Секущая ломаная

$A_0A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9$

отражений в прямоугольнике началась в углу E прямоугольника EFGH, в данном случае оказалась конечной, состоящей из 9 отрезков, номера которых совпадают с индексами концов отрезков, и завершилась именно целиком в противоположном углу G прямоугольника EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 125/450

Поэтому для совместного сохранения и логики обозначений вершин прямоугольника, и логики обозначений вершин секущей ломаной отражений в прямоугольнике потребовались двукратные обозначения указанных двух вершин прямоугольника

$$E = A_0,$$

$$G = A_9.$$

Первым научным методом является анализ.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 126/450

Более того, введём именно иерархический анализ, то есть многоуровневые соподчинённые разложение и рассмотрение.

Применительно к секущей ломаной отражений в прямоугольнике естествен и целесообразен именно трёхуровневый иерархический анализ:

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 127/450

1. Сверхуровень целого: конечная или бесконечная секущая ломаная отражений в прямоугольнике, взятая именно целиком, в целом.

2. Уровень частного: частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике.

3. Подуровень единичного: отдельных отрезков (звеньев, элементов) секущей ломаной отражений в прямоугольнике.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 128/450

Сверхуровень целого всегда и подуровень
единичного в данном случае
определяются естественно и однозначно.
Естественно и однозначно также сама
идея разбиения секущей ломаной
отражений в прямоугольнике на части,
однако в данном случае допускает две
модификации, слегка различающиеся по
мере удобства их использования.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 129/450

Модификация 1.

Разобъём секущую ломаную отражений в прямоугольнике на части, каждая из которых включает однонаправленное (попеременно вправо для частей с нечётными номерами и влево для частей с чётными номерами) именно поступательное движение горизонтальной проекции текущей точки секущей ломаной отражений в прямоугольнике и при этом непременно завершается на одной из двух вертикальных сторон прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 130/450

Например, по модификации 1 применительно к изображённому на рисунке 4 случаю секущей ломаной отражений в прямоугольнике

первой частью является

$$A_0A_1A_2A_3,$$

второй частью является

$$A_3A_4A_5A_6,$$

а третьей частью является

$$A_6A_7A_8A_9.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 131/450

Модификация 2.

Предварительно разобьём секущую ломаную отражений в прямоугольнике на части по модификации 1. Затем из каждой части секущей ломаной отражений в прямоугольнике, если эта часть не завершается попаданием в одну из вершин прямоугольника и поэтому не является завершающей, последней в

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 132/450

секущей ломаной отражений в прямоугольнике, изымается именно последний отрезок и добавляется к теперь начинающейся с него следующей части секущей ломаной отражений в прямоугольнике. Тогда каждая из частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике непременно завершается на одной из двух теперь уже горизонтальных сторон прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 133/450

Например, по модификации 2 применительно к изображённому на рисунке 4 случаю секущей ломаной отражений в прямоугольнике

первой частью является

$$A_0A_1A_2,$$

второй частью является

$$A_2A_3A_4A_5,$$

а третьей частью является

$$A_5A_6A_7A_8A_9.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 134/450

Далее обе модификации рассматриваются то последовательно, то параллельно.

Модификация 2 построена на основе модификации 1 и в этом смысле вторична, однако завершает каждую часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике (кроме последней её части, одинаково для обеих модификаций завершающей эту секущую ломаную именно целиком) ровно на один отрезок раньше.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 135/450

Поэтому итоги модификации 2 обычно рассматриваются прежде итогов модификации 1.

При различии итогов обеих модификаций соответствующее модификации 1 или модификации 2 обозначение каждого такого итога снабжается номером модификации в круглых скобках в левом нижнем указателе (индексе) обозначения.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 136/450

Начинаем рассмотрение секущей
ломаной отражений в прямоугольнике по
порядку с первого отрезка
 A_0A_1 .

Он является началом секущей
внутреннего левого нижнего угла
прямоугольника, образует с основанием
(в данном случае нижней стороной)
прямоугольника угол

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 137/450

$$\alpha \in (0, \pi/2), 0 < \alpha < \pi/2$$

и как гипотенуза прямоугольного треугольника имеет проекции b на левую вертикальную сторону прямоугольника и $b(\operatorname{ctg}\alpha)$ на его нижнюю горизонтальную сторону ввиду нестромого неравенства $a \geq b(\operatorname{ctg}\alpha)$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 138/450

Если в этом нестрогом неравенстве осуществляется именно равенство

$$a = b(\operatorname{ctg}\alpha),$$

то вся проблема становится не просто тривиальной, а именно простейшей:

1. Секущая внутреннего угла прямоугольника по совместительству становится ещё и диагональю этого прямоугольника, наибольшая общая делящая мера

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 139/450

$$D\{a, b'\} = a = b' = b(\operatorname{ctg}\alpha),$$

отношение

$$a/(b(\operatorname{ctg}\alpha)) = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = 1$$

выражается отношением взаимно простых натуральных чисел

$$r = 1,$$
$$s = 1.$$

2. Секущая ломаная отражений в прямоугольнике целиком состоит из этой диагонали, трёхуровневая иерархия сводится к одноуровневой, общее число отрезков секущей ломаной единично:

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 140/450

$$N_g = 1 = r + s - 1,$$

общая длина секущей ломаной есть

$$L_g = a/\cos\alpha = b/\sin\alpha = ab/(D\{a, b'\}\sin\alpha) = sa/\cos\alpha \\ = rb/\sin\alpha = rsD\{a, b'\}/\cos\alpha,$$

общее количество образуемых всеми самопересечениями секущей ломаной равных между собой ромбов со сторонами $D\{a, b'\}/\cos\alpha$, с диагоналями $2D\{a, b'\}$, параллельными сторонам a прямоугольника, и диагоналями

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 141/450

$2D\{a, b'\}tg\alpha$, параллельными сторонам b прямоугольника, нулевое:

$$Q_g = 0 = (a/D\{a, b'\} - 1)(b(ctg\alpha)/D\{a, b'\} - 1)/2 = (r - 1)(s - 1)/2.$$

Следовательно, в случае

$$a = b(ctg\alpha)$$

требуемая общая теорема проверена непосредственно и тем самым доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 142/450

Поэтому в дальнейшем можно ограничиться случаем строгого неравенства

$$a > b(\operatorname{ctg}\alpha).$$

Разделим строго большее a на строго меньшее $b(\operatorname{ctg}\alpha)$ нацело, вообще говоря, с неотрицательным остатком X_1 (который, в частности, может быть и нулевым):

$$a = [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]b(\operatorname{ctg}\alpha) + X_1 = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha + X_1.$$

Здесь для неполного целого частного

$$[a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))] = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 143/450

использовано известное обозначение целой части (антье, фр. entier) действительного числа. Она по определению является алгебраически наибольшим целым числом, не превышающим это действительное число, и обозначается этим действительным числом, заключённым в квадратные скобки, которые в данной научной монографии используются исключительно для обозначения целой части.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 144/450

**По модификации 2 первая часть V_0V_1 секущей
ломаной отражений в прямоугольнике, на
рисунке 4**

$A_0A_1A_2,$

**начинается в точке V_0 , на рисунке 4
совпадающей с точкой E и с точкой A_0 , в
общем случае состоит из**

$${}^{(2)}N_1 = [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))] = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]$$

отрезков общей длиной

$${}^{(2)}L_1 = [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]a/\cos\alpha = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]a/\cos\alpha =$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 145/450

$$[a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]b/\sin\alpha = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha$$

и завершается точкой B_1 , на рисунке 4 совпадающей с точкой A_2 , перед правой вертикальной стороной прямоугольника перед дальнейшим отражением от неё на расстоянии

$$X_1 = a - [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]b(\operatorname{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha \geq 0$$

от этой правой вертикальной стороны прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 146/450

По модификации 1 каждая часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике завершается на его боковой стороне, которая противоположна той его боковой стороне, на которой эта часть начинается. Первая часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике B_0C_1 , на рисунке 4

$A_0A_1A_2A_3,$

начинается в точке B_0 , на рисунке 4 совпадающей с точкой E и с точкой A_0 , при

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 147/450

$$NB_1 = X_1 = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha = 0$$

СОСТОИТ ИЗ

$${}^{(1)}N_1 = {}^{(2)}N_1 = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]$$

ОТРЕЗКОВ,

ПРИ

$$NB_1 = X_1 = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) > 0$$

СОСТОИТ ИЗ

$${}^{(1)}N_1 = {}^{(2)}N_1 + 1 = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + 1$$

ОТРЕЗКОВ,

ПРИ

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 148/450

$$NB_1 = X_1 = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha \geq 0$$

общей длиной

$${}_{(1)}L_1 = a/\operatorname{cosa} = {}_{(2)}L_1 + X_1/\operatorname{cosa} = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{sina} + (a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha))/\operatorname{cosa},$$

и завершается точкой C_1 , на рисунке 4 совпадающей с точкой A_3 , на правой вертикальной стороне NG прямоугольника перед дальнейшим отражением от неё на расстоянии

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 149/450

$$HC_1 = X_1 \operatorname{tg} \alpha = (a - [(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b (\operatorname{ctg} \alpha)) \operatorname{tg} \alpha = a \operatorname{tg} \alpha - [(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b \geq 0$$

от того основания прямоугольника, на котором по модификации 2 завершается первая часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике, на рисунке 4 от нижнего основания ЕН прямоугольника EFGH.

Если неотрицательный остаток аннулируется:

$$X_1 = a - [a/(b(\operatorname{ctg} \alpha))] b (\operatorname{ctg} \alpha) = a - [(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b / \operatorname{tg} \alpha = 0,$$

то имеет место несколько более общий и несколько более сложный (чем простейший выше) частный

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 150/450

случай, когда натуральным числом является отношение

$$a/(b(\operatorname{ctg}\alpha)) = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))] = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha] = r, \\ s = 1,$$

$$D\{a, b'\} = b' = b(\operatorname{ctg}\alpha) = b/\operatorname{tg}\alpha,$$

секущая ломаная отражений в прямоугольнике попадает в одну из вершин правой вертикальной стороны прямоугольника, на этом завершается именно целиком и исчерпывается своей первой частью, трёхуровневая иерархия сводится к

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 151/450

двухуровневой, общее число отрезков секущей ломаной составляет

$$N_g = r = r + s - 1,$$

общая длина секущей ломаной составляет

$$L_g = a/\cos\alpha = [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]b/\sin\alpha = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha = sa/\cos\alpha = rb/\sin\alpha = rsD\{a, b'\}/\cos\alpha,$$

общее количество образуемых всеми самопересечениями секущей ломаной равных

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 152/450

между собой ромбов со стороной $2^{1/2}D\{a, b'\}$

нулевое:

$$Q_g = 0 = (a/D\{a, b'\} - 1)(b(\operatorname{ctg}\alpha)/D\{a, b'\} - 1)/2 = \\ (a/D\{a, b'\} - 1)(b'/D\{a, b'\} - 1)/2 = (r - 1)(s - 1)/2.$$

Следовательно, в случае

$$X_1 = a - [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]b(\operatorname{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha = 0$$

выполняется равносильное соотношение

$$a = rb(\operatorname{ctg}\alpha) = rb/\operatorname{tg}\alpha$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 153/450

при натуральном числе r , требуемая общая теорема проверена непосредственно и тем самым доказана.

Поэтому в дальнейшем можно ограничиться случаем строгого неравенства

$$\begin{aligned} X_1 &= a - [a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]b(\operatorname{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) \\ &= a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha > 0. \end{aligned}$$

По модификации 2 вторая часть B_1B_2 секущей ломаной отражений в прямоугольнике, на рисунке 4
 $A_2A_3A_4A_5$,

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 154/450

в общем случае начинается точкой B_1 (на рисунке 4 совпадающей с точкой A_2), в качестве первых двух отрезков с суммой длин

$$b/\sin\alpha$$

имеет B_1C_1 и C_1D_1 (на рисунке 4 точки C_1 и D_1 совпадают с точками A_3 и A_4 соответственно) и завершается точкой B_2 (на рисунке 4 совпадающей с точкой A_5) перед левой вертикальной стороной EF прямоугольника

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 155/450

ЕFGH перед дальнейшим отражением от неё на расстоянии

$$EB_2 = X_2 \geq 0$$

от этой левой вертикальной стороны прямоугольника.

Поскольку нас интересуют общее число отрезков секущей ломаной отражений в прямоугольнике и общая её длина, то они подсчитываются накопительно (инкрементально), то есть нарастающим

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 156/450

ИТОГОМ, а именно, для рассматриваемой и всех предшествующих ей частей секущей ломаной от её начала совместно, суммарно для сокращения количества обозначений и их упрощения.

Последовательно определяем:

$$НВ_1 = НС_1 = X_1 = a - [a/(b(\text{ctg}\alpha))]b(\text{ctg}\alpha) =$$

$$a - [(a/b)\text{tg}\alpha]b(\text{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\text{tg}\alpha]b/\text{tg}\alpha;$$

$$GD_1 = b(\text{ctg}\alpha) - X_1 = b(\text{ctg}\alpha) - \{a -$$

$$[(a/b)\text{tg}\alpha]b(\text{ctg}\alpha)\} = \{1 + [(a/b)\text{tg}\alpha]\}b(\text{ctg}\alpha) - a;$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 157/450

$$\mathbf{FD}_1 = \mathbf{a} - \mathbf{GD}_1 = 2\mathbf{a} - \{1 + [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\} \mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha);$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_2 = \mathbf{EB}_2 = \mathbf{FD}_1 - [\mathbf{FD}_1/\mathbf{h}]\mathbf{h} = 2\mathbf{a} - \{1 + \\ [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\} \mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha) - [2(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha) + \mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha) + \\ [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha) = 2\mathbf{a} - [2(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_{(2)}\mathbf{N}_2 = \mathbf{N}_1 + 2 + [\mathbf{FD}_1/\mathbf{h}] = [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha] + 2 + \\ [2\mathbf{a}/(\mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha))] - \{1 + [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\} = [2(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha] + 1; \\ {}_{(2)}\mathbf{L}_2 = \mathbf{L}_1 + \mathbf{A}_0\mathbf{A}_1 + [\mathbf{FD}_1/\mathbf{h}]\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1 = [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}/\mathbf{sin}\alpha \\ + \mathbf{b}/\mathbf{sin}\alpha + [2(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}/\mathbf{sin}\alpha - \mathbf{b}/\mathbf{sin}\alpha - \\ [(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}/\mathbf{sin}\alpha = [2(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha]\mathbf{b}/\mathbf{sin}\alpha. \end{aligned}$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 158/450

**По модификации 1 вторая часть секущей
ломаной отражений в прямоугольнике C_1C_2 ,
на рисунке 4**

$A_3A_4A_5A_6$,
**начинается в точке C_1 , на рисунке 4
совпадающей с точкой A_3 , и завершается
точкой C_2 , на рисунке 4 совпадающей с точкой
 A_6 , на левой вертикальной стороне EF
прямоугольника $EFGH$ перед дальнейшим
отражением от неё на расстоянии**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 159/450

$$ЕС_2 = X_2 \operatorname{tg} \alpha = (2a - [2(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b (\operatorname{ctg} \alpha)) \operatorname{tg} \alpha = 2a \operatorname{tg} \alpha - [2(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b \geq 0$$

от того основания прямоугольника, на котором по модификации 2 завершается вторая часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике, на рисунке 4 от нижнего основания ЕН прямоугольника EFGH.

Первая и вторая части вместе состоят при

$$ЕВ_2 = X_2 = 2a - [2(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b (\operatorname{ctg} \alpha) = 0$$

из

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 160/450

$${}_{(1)}N_2 = {}_{(2)}N_2 = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + 1$$

отрезков,

при

$$EB_2 = X_2 = 2a - [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) > 0$$

из

$${}_{(1)}N_2 = {}_{(2)}N_2 + 1 = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + 1 + 1 = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + 2$$

отрезков,

при

$$EB_2 = X_2 = 2a - [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) \geq 0$$

общей длиной

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 161/450

$$\begin{aligned} (1)L_2 = 2a/\cos\alpha = (2)L_2 + X_2/\cos\alpha = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha \\ + (2a - [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha))/\cos\alpha = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha \\ + (2a/\cos\alpha - [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha). \end{aligned}$$

Совместное рассмотрение формул по модификации 2 для первой части секущей ломаной отражений в прямоугольнике

$$(2)N_1 = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha],$$

$$(2)L_1 = [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha,$$

$$X_1 = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = a - [(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha$$

и для объединения первой и второй частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 162/450

$${}_{(2)}N_2 = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + 1,$$

$${}_{(2)}L_2 = [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha,$$

$$X_2 = 2a - [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = 2a - [2(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha$$

**позволяет нестрогим методом неполной
индукции (наведения) сделать всего лишь
возможное и только правдоподобием
обоснованное допущение как предположение.
Оно заключается в том, что по модификации 2
для объединения частей секущей ломаной
отражений в прямоугольнике с первой по**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 163/450

имеющую номер n могут иметь место и поэтому подлежат именно целесообразному испытанию следующие формулы:

$${}_{(2)}N_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n - 1,$$

$${}_{(2)}L_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha,$$

$$X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha.$$

Строгим дедуктивным методом математической индукции (выведения) докажем эти пока предполагаемые формулы для объединения первых n частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике по модификации 2:

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 164/450

объединение первых n частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике состоит из общего числа

$${}_{(2)}N_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n - 1$$

отрезков общей (суммарной) длиной

$${}_{(2)}L_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha$$

и завершается перед вертикальной стороной прямоугольника или на ней перед дальнейшим отражением от неё, если она не достигнута, на расстоянии

$$X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 165/450

от этой вертикальной стороны прямоугольника, нулевом именно и только в случае её достижения в одном из обоих её концов.

Для

$$n = 1$$

(и даже для $n = 2$, что избыточно для метода математической индукции (выведения), однако потребовалось для улавливания всего лишь предчувствуемой закономерности нестрогим методом неполной индукции (наведения)) мы уже вывели и тем самым проверили эти формулы непосредственно.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 166/450

Чтобы обосновать именно каждый шаг математической индукции, допустим, что эти формулы верны для некоторого произвольного натурального числа n , и на основании этого допущения докажем, что в таком случае эти формулы непременно верны и для следующего натурального числа $n + 1$. Сугубо для наглядности используем рисунок 5 с дополнительными обозначениями буквами В, С, D с индексами по номерам частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 167/450

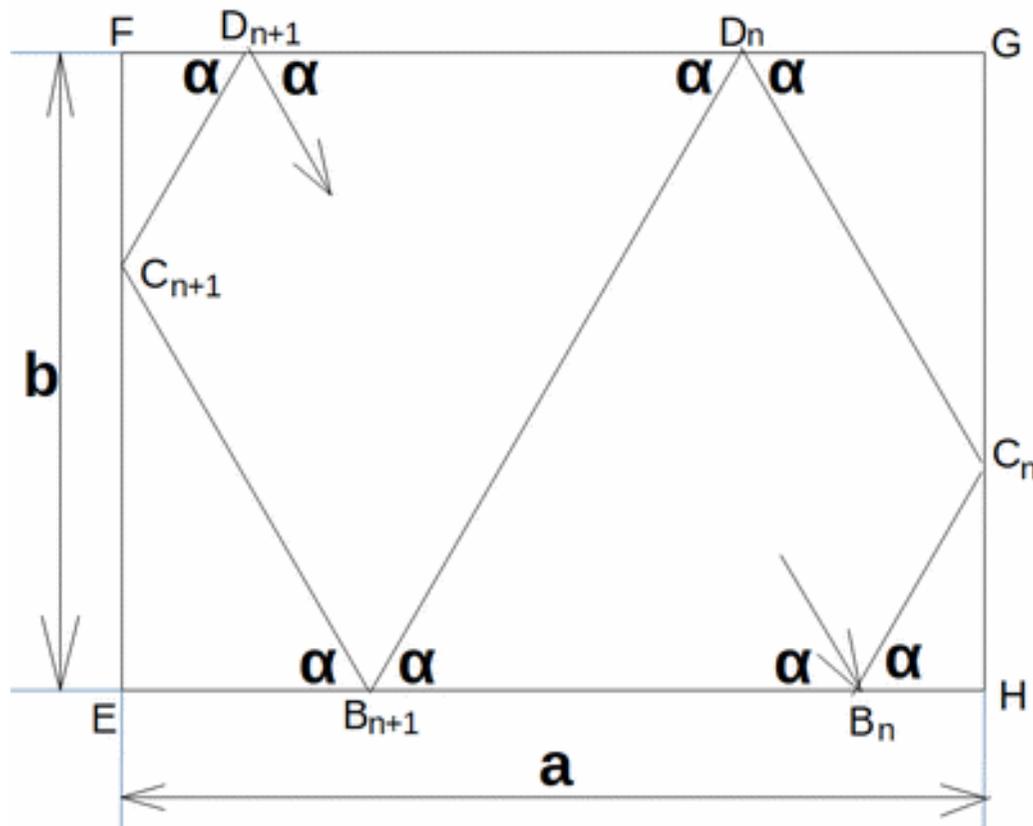


Рисунок 5. (n + 1)-я часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике C_nD_n...B_{n+1}C_{n+1} по модификации 1 и B_nC_nD_n...B_{n+1} по модификации 2.

Последовательно определяем:

$$\mathbf{HB}_n = \mathbf{X}_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha);$$

$$\mathbf{GD}_n = b(\operatorname{ctg}\alpha) - \mathbf{HB}_n = b(\operatorname{ctg}\alpha) - \mathbf{X}_n =$$

$$b(\operatorname{ctg}\alpha) - \{na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha)\} =$$

$$\{1 + [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]\}b(\operatorname{ctg}\alpha) - na;$$

$$\mathbf{FD}_n = a - \mathbf{GD}_n = (n + 1)a - \{1 +$$

$$[n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]\}b(\operatorname{ctg}\alpha);$$

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{EB}_{n+1} = \mathbf{FD}_n - [\mathbf{FD}_n/h]h = (n + 1)a - \{1 +$$
$$[n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]\}b(\operatorname{ctg}\alpha) - [(n + 1)(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) +$$
$$b(\operatorname{ctg}\alpha) + [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) =$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 169/450

$$(n + 1)a - [(n + 1)(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha);$$

$$\begin{aligned} {}^{(2)}N_{n+1} &= {}^{(2)}N_n + 2 + [FD_n/(b(\operatorname{ctg}\alpha))] = \\ &[n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n - 1 + 2 + [(n + 1)a/(b(\operatorname{ctg}\alpha))] - \\ &\quad \{1 + [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]\} = \end{aligned}$$

$$[(n + 1)(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + (n + 1) - 1;$$

$${}^{(2)}L_{n+1} = L_n + A_0A_1 + [FD_n/(b(\operatorname{ctg}\alpha))]A_0A_1 =$$

$$\begin{aligned} &[n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha + b/\sin\alpha + [(n + \\ &1)(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha - b/\sin\alpha - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha = \\ &[(n + 1)(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha. \end{aligned}$$

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 170/450**

**Тем самым строго доказаны
дедуктивным методом математической
индукции (выведения)
полученные нестрогим методом неполной
индукции (наведения) формулы для
объединения первых n частей секущей
ломаной отражений в прямоугольнике по
модификации 2:**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 171/450

объединение первых и частей секущей
ломаной отражений в прямоугольнике
состоит из общего числа

$${}^{(2)}N_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n - 1$$

отрезков общей (суммарной) длиной

$${}^{(2)}L_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha$$

и завершается перед вертикальной стороной
прямоугольника или на ней перед
дальнейшим отражением от неё, если она не
достигнута, на расстоянии

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 172/450

$$X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha$$

от этой вертикальной стороны прямоугольника, нулевом именно и только в случае её достижения в одном из обоих её концов.

По модификации 1 $(n + 1)$ -я часть секущей ломаной отражений в прямоугольнике $C_n D_n \dots V_{n+1} C_{n+1}$ на рисунке 5 начинается в точке C_n на правой вертикальной стороне НГ прямоугольника EFGH и завершается точкой C_{n+1} на левой вертикальной стороне EF

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 173/450

прямоугольника EFGH перед дальнейшим отражением от неё на расстоянии

$$EC_{n+1} = X_{n+1} \operatorname{tg} \alpha =$$
$$((n + 1)a - [(n + 1)(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b (\operatorname{ctg} \alpha)) \operatorname{tg} \alpha =$$
$$(n + 1) a \operatorname{tg} \alpha - [(n + 1)(a/b) \operatorname{tg} \alpha] b \geq 0$$

от того основания прямоугольника, на котором по модификации 2 завершается (n + 1)-я часть $B_n C_n D_n \dots B_{n+1}$ секущей ломаной отражений в прямоугольнике, на рисунке 5 от нижнего основания EH прямоугольника EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 174/450

По модификации 1 объединение первых n частей секущей ломаной отражений в прямоугольнике состоит при

$$NB_n = X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = 0$$

из

$${}^{(1)}N_n = {}^{(2)}N_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n - 1$$

отрезков,

при

$$NB_n = X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) > 0$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 175/450

ИЗ

$$\begin{aligned} {}_{(1)}N_n &= {}_{(2)}N_n + 1 = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n - 1 + 1 = \\ &= [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] + n \end{aligned}$$

отрезков,

при

$$NB_n = X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) \geq 0$$

общей длиной

$$\begin{aligned} {}_{(1)}L_n &= na/\operatorname{cosa} = {}_{(2)}L_n + X_n/\operatorname{cosa} = \\ &= [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{sina} + (na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha))/\operatorname{cosa} \\ &= [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{sina} + (na/\operatorname{cosa} - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{sina}). \end{aligned}$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 176/450

Для конечности секущей ломаной отражений в прямоугольнике необходимо и достаточно, чтобы для некоторого объединения первых n её частей для некоторого натурального числа n выполнялись равносильные условия

$$X_n = na - [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b(\operatorname{ctg}\alpha) = 0,$$

$$na = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\operatorname{tg}\alpha,$$

$$n(a/b)\operatorname{tg}\alpha = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha].$$

Число $[n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]$ натурально. Обозначим его буквой m :

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 177/450

$$m = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha] \in \mathbb{N}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$n(a/b)\operatorname{tg}\alpha = m,$$

$$(a/b)\operatorname{tg}\alpha = m/n,$$

где m и n – натуральные числа.

Следовательно, для конечности секущей ломаной отражений в прямоугольнике необходимо и достаточно, чтобы произведение основательности

$$\sigma = a/b$$

прямоугольника на угловой коэффициент

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 178/450

$$\tau = \operatorname{tg}\alpha$$

ЭТОЙ секущей ломаной было рационально, то есть

$$\sigma\tau = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = r/s,$$

где r, s – натуральные взаимно простые числа, то есть

$$r, s \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

и их наибольший общий делитель равен единице:

$$(r, s) = 1.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 179/450

При первом попадании в одну из вершин прямоугольника секущая ломаная завершается именно целиком. Поэтому, хотя указанное рациональное число

$$\sigma\tau = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = r/s$$

может быть выражено бесконечным множеством пар натуральных чисел m и n ввиду равносильности пар при умножении и числителя, и знаменателя дроби на одно и то же любое натуральное число, завершению

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 180/450

секущей ломаной отражений в
прямоугольнике именно целиком
соответствует наименьшее возможное
натуральное число n_{\min} , то есть взаимно
простое с натуральным числом m_{\min} . Это
немедленно приводит нас к наибольшей
общей делящей мере $D\{a, b'\}$ отрезков a и $b' =$
 $b(\operatorname{ctg}\alpha)$ и к паре взаимно простых
натуральных чисел r и s таких, что

$$a/(b(\operatorname{ctg}\alpha)) = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = m/n = m_{\min}/n_{\min} = r/s,$$

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 181/450**

$$\mathbf{m}_{\min} = \mathbf{r}, \mathbf{n}_{\min} = \mathbf{s}, (\mathbf{r}, \mathbf{s}) = 1,$$

$$\mathbf{a}/\mathbf{r} = \mathbf{b}(\mathbf{ctg}\alpha)/\mathbf{s} = \mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\},$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{rD}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\},$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{sD}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\}\mathbf{tg}\alpha,$$

$$\mathbf{tg}\alpha = \mathbf{bm}/(\mathbf{an}) = \mathbf{br}/(\mathbf{as}),$$

$$\mathbf{ctg}\alpha = \mathbf{an}/(\mathbf{bm}) = \mathbf{as}/(\mathbf{br}),$$

$$\mathbf{1}/\mathbf{sin}^2\alpha = \mathbf{1} + \mathbf{ctg}^2\alpha = \mathbf{1} + \mathbf{a}^2\mathbf{n}^2/(\mathbf{b}^2\mathbf{m}^2) = (\mathbf{a}^2\mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\mathbf{m}^2)/(\mathbf{b}^2\mathbf{m}^2) = (\mathbf{a}^2\mathbf{s}^2 + \mathbf{b}^2\mathbf{r}^2)/(\mathbf{b}^2\mathbf{r}^2),$$

$$\mathbf{1}/\mathbf{sin}\alpha = (\mathbf{a}^2\mathbf{n}^2 + \mathbf{b}^2\mathbf{m}^2)^{1/2}/(\mathbf{bm}) = (\mathbf{a}^2\mathbf{s}^2 + \mathbf{b}^2\mathbf{r}^2)^{1/2}/(\mathbf{br}),$$

$$\mathbf{N}_n = [\mathbf{n}(\mathbf{a}/\mathbf{b})\mathbf{tg}\alpha] + \mathbf{s} - \mathbf{1} = \mathbf{r} + \mathbf{s} - \mathbf{1},$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 182/450

$$L_n = [n(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha = [s(a/b)\operatorname{tg}\alpha]b/\sin\alpha = \\ bm/\sin\alpha = br(a^2s^2 + b^2m^2)^{1/2}/(br) = (a^2s^2 + b^2r^2)^{1/2}.$$

Отсюда следует, что при равносильных условиях конечности секущей ломаной отражений в прямоугольнике и рациональности произведения

$$\sigma\tau = (a/b)\operatorname{tg}\alpha = r/s \quad (r, s \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, (r, s) = 1)$$

основательности (отношения сторон)

$$\sigma = a/b$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 183/450

**прямоугольника на угловой коэффициент
этой секущей ломаной**

$$\tau = \operatorname{tg} \alpha$$

эта секущая ломаная состоит из ровно

$$n = n_{\min} = S$$

**частей, а в строغو доказанные методом
математической индукции формулы
следует подставить именно эти**

$$m = m_{\min} = r, n = n_{\min} = s, D\{a, b'\}.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 184/450

**В этом случае общее число N_g отрезков
секущей ломаной отражений в
прямоугольнике равно**

$$N_g = N_s = [n(a/b)\text{tg}\alpha] + n - 1 = [sr/s] + s - 1 = \\ r + s - 1.$$

**В этом случае общая длина секущей ломаной
отражений в прямоугольнике составляет**

$$L_g = L_s = [n(a/b)\text{tg}\alpha]b/\sin\alpha = [sr/s]b/\sin\alpha = rb/\sin\alpha \\ = rsD\{a, b'\}\text{tg}\alpha/\sin\alpha = ab/(D\{a, b'\}\sin\alpha) = \\ rsD\{a, b'\}/\cos\alpha.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 185/450

В этом случае конечности секущей ломаной с взаимной простотой натуральных чисел r и s конечным оказывается равносильное рисунку 4 изображение секущей ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на рисунке 6 как биссектральной ломаной в относительных (делённых на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ и на

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 186/450

произведение $(D\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha)$ соответственно)
координатах, а именно абсциссе

$$x^{\circ} = x/D\{a, b'\}$$

и ординате

$$y^{\circ} = y \operatorname{ctg}\alpha / D\{a, b'\},$$

включая деление основания

$$a/D\{a, b'\} = rD\{a, b'\}/D\{a, b'\} = r$$

и деление высоты

$$b/(D\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha) = s(D\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha)/(D\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha) = s$$

прямоугольника EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 187/450

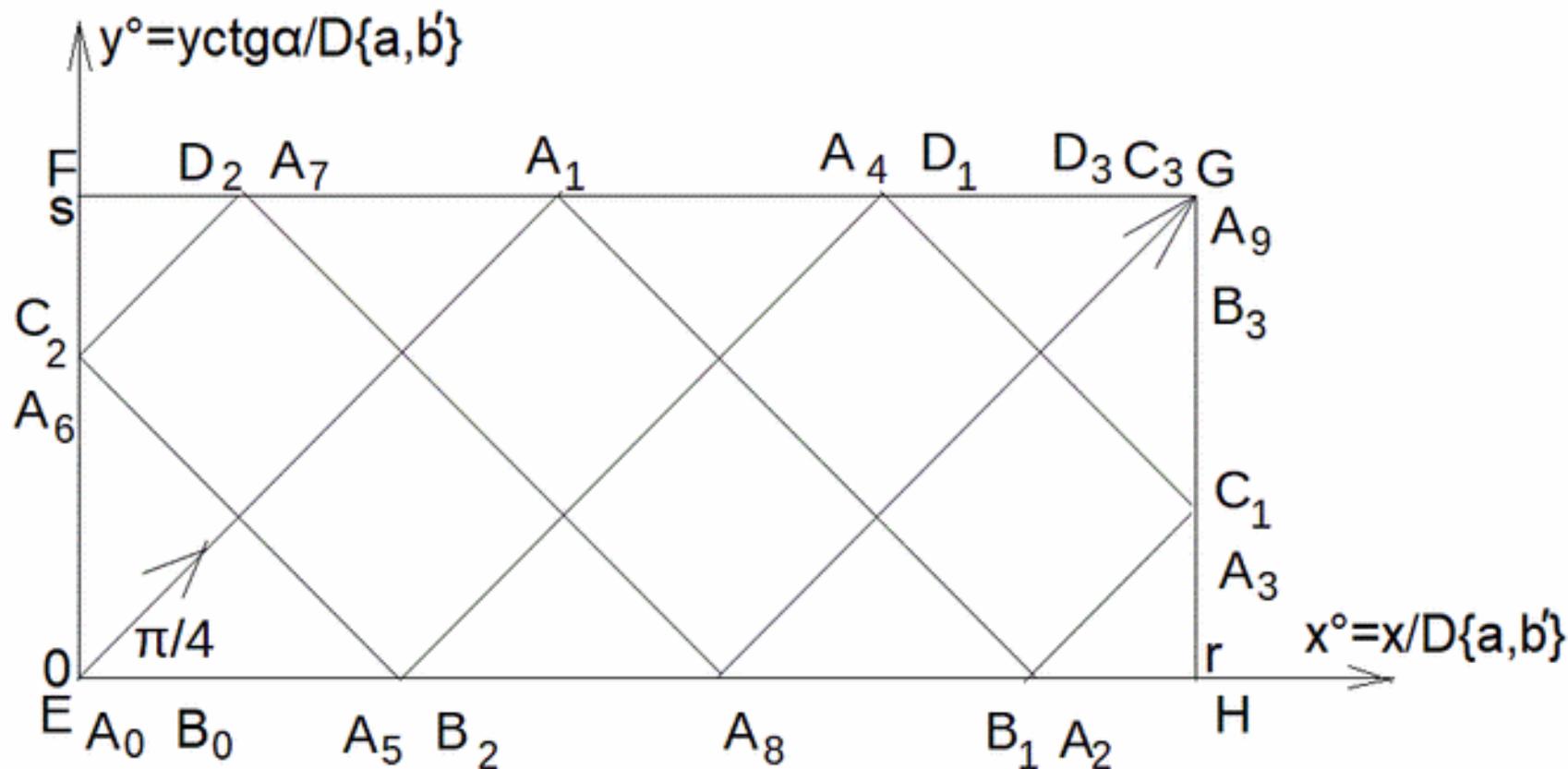


Рисунок 6. Изображение секущей ломаной как биссектральной ломаной в относительных координатах $x^\circ = x/D\{a, b'\}$ и $y^\circ = yctg\alpha/D\{a, b'\}$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 188/450

В этом случае конечности действительной секущей и изображающей биссектральной ломаной с взаимной простотой натуральных чисел r и s конечными, длинными по мере их произведения rs , являются равносильные рисункам 4 и 6 представления действительной секущей и изображающей биссектральной ломаной без самопересечений с однонаправленным движением проекции ломаной на горизонтальную ось **ТОЛЬКО**

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 189/450**

**вправо на рисунках 7 и 8 в делённых на
наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$
координатах**

$$x^{\circ} = x/D\{a, b'\}$$

на рисунках 7 и 8 и

$$y^{\circ} = y/D\{a, b'\}$$

на рисунке 7, тогда как на рисунке 8

$$y^{\circ} = y \operatorname{ctg} \alpha / D\{a, b'\}$$

разделён на произведение $(D\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha)$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 190/450

Рисунки 7 и 8 вынуждают свои мелкомасштабность и условную единичность неполного частного от деления основания

$$rD\{a, b'\}/D\{a, b'\} = r$$

на рисунках 7 и 8 на высоту

$$s(D\{a, b'\}tg\alpha)/D\{a, b'\} = stg\alpha$$

на рисунке 7 и

$$s(D\{a, b'\}tg\alpha)/(D\{a, b'\}tg\alpha) = s$$

на рисунке 8 прямоугольника EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 191/450

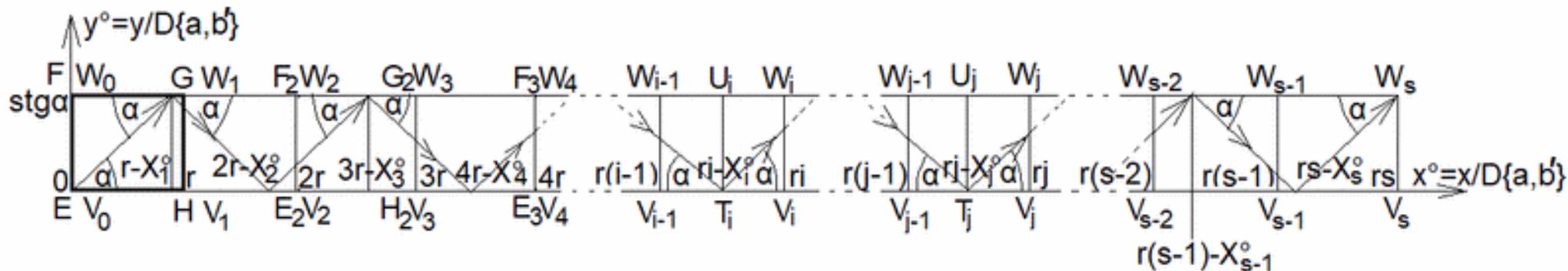


Рисунок 7. Представление секущей ломаной отражений в прямоугольнике без её самопересечений при прозрачности его боковых сторон и его соответствующих последовательных симметричных зеркальных отражениях относительно них.

Приставлениями друг к другу справа выстраиваются в ряд в итоге s прямоугольников, равных исходному прямоугольнику EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 192/450

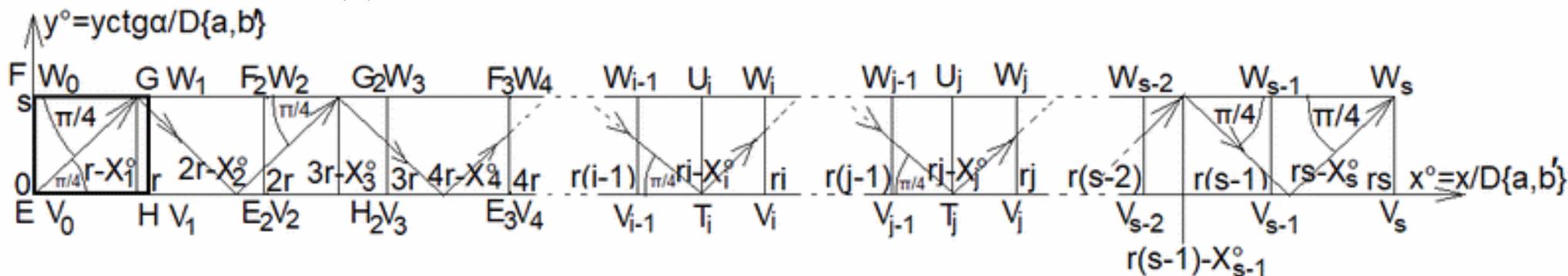


Рисунок 8. Представление секущей ломаной как изображающей бисектральной ломаной отражений в прямоугольнике без её самопересечений при прозрачности его боковых сторон и его соответствующих последовательных симметричных зеркальных отражениях относительно них.

Приставлениями друг к другу справа выстраиваются в ряд в итоге s прямоугольников, равных исходному прямоугольнику EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 193/450

При этом основания прямоугольника являются по-прежнему отражающими, а боковые стороны теперь уже считаются прозрачными, то есть действительная секущая и изображающая биссектральная ломаные после достижения боковой стороны прямоугольника не отражаются от неё, а проходят сквозь её, так что приходится отразить этот прямоугольник зеркально симметрично самому себе относительно этой

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 194/450

его боковой стороны и повторять такое отражение вплоть до образования вместе с исходным прямоугольником EFGH прямоугольника $V_0W_0W_sV_s$ той же высоты

$$s(D\{a, b'\}tg\alpha)/D\{a, b'\} = stg\alpha$$

на рисунке 7 и

$$s(D\{a, b'\}tg\alpha)/(D\{a, b'\}tg\alpha) = s$$

на рисунке 8 с длиной

$$rsD\{a, b'\}/D\{a, b'\} = rs,$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 195/450

которая равна умноженной именно на это
натуральное число s длине

$$rD\{a, b'\}/D\{a, b'\} = r$$

исходного прямоугольника EFGH.

Равносильная самопересекающейся секущей
ломаной в исходном прямоугольнике EFGH

несамопересекающаяся изображающая

биссектральная ломаная на рисунке 8 в

построенном прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$

начинается биссектрисой прямого угла

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 196/450

$W_0V_0V_s$ и заканчивается биссектрисой прямого угла $W_0W_sV_s$, причём отражается только от оснований V_0V_s и W_0W_s , каждый раз образуя с ними угол $\pi/4$. Чтобы не загромождать рисунок 8, промежуточные вершины несамопересекающейся изображающей биссектральной ломаной, начинающейся в точке V_0 и заканчивающейся в точке W_s , на нём не обозначаются, за двумя исключениями промежуточных вершин T_i и T_j

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 197/450

с используемыми в последствии i и j . Обе изображающие биссектральные ломаные – и самопересекающаяся при $r \geq s \geq 2$ в исходном прямоугольнике EFGH на рисунке 6, и несамопересекающаяся при любых $r \geq s$ в завершающем прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$ на рисунке 8 – начинаются в точке E, при однонаправленном движении непременно вправо своей проекции на горизонтальную ось x° поочередно отражаются

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 198/450**

**положительное целое число раз, не
обязательно единичное, изображённое на
рисунке 8, в последний раз на
неотрицательном относительном
расстоянии $X_1^\circ = X_1/D\{a, b'\}$ перед
боковой стороной GH прямоугольника
 $EFGH$, относительной проекцией которой
на горизонтальную ось x° является
положительное целое число r . Этой**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 199/450

точкой отражения (то ли на верхнем основании FG прямоугольника EFGH, как на рисунке 8, то ли на нижнем основании EH этого прямоугольника) с относительной абсциссой $x^{\circ} = r - X_1^{\circ}$ завершается первая часть обеих изображающих биссектральных ломаных согласно подробно рассмотренной выше модификации 2.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 200/450

Если $X_1^\circ = 0$, то имеет место подробно рассмотренный выше простой случай $r \geq s = 1$, обе изображающие биссектральные ломаные на этом завершаются именно целиком, совпадают и сводятся к своей общей первой части, исходный прямоугольник EFGH оказывается также завершающим, никаких дополнительных построений не производится, а рисунок 8 отличается от рисунка 6 переходом к относительным, делённым на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника,

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 201/450

координатам, а именно абсциссе x° и ординате y° , и по существу не вносит ничего нового.

Если $X_1^\circ > 0$, то имеет место случай $r \geq s \geq 2$, обе изображающие биссектральные ломаные после последнего отражения основаниями исходного прямоугольника EFGH в точке (то ли на верхнем основании FG прямоугольника EFGH, как на рисунке 8, то ли на нижнем основании EH этого прямоугольника) с относительной абсциссой $x^\circ = r - X_1^\circ < r$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 202/450

продолжаются именно совместно до достижения боковой стороны GH включительно.

Этот последний общий отрезок обеих изображающих биссектральных ломаных является последним отрезком их общей первой части по модификации 1 и первым общим их отрезком их вторых частей, в дальнейшем различных, по модификации 2.

То есть после достижения боковой стороны GH исходного прямоугольника EFGH

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 203/450

дальнейшие пути обеих изображающих биссектральных ломаных не имеют ничего общего между собой.

Самопересекающаяся изображающая биссектральная ломаная отражается от зеркальной для неё боковой стороны GH исходного прямоугольника $EFGH$, меняет направление движения своей проекции на горизонтальную ось на противоположное, теперь движущаяся уже влево навстречу

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 204/450

зеркальной для себя противоположной
боковой стороне EF прямоугольника EFGH,
отражается от неё в направлении зеркальной
для себя противоположной боковой стороны
GH, и так далее в соответствии с
предыдущими рассматриваниями и рисунками 4
и 5, тогда как предметом рисунка 8 является
несамопересекающаяся изображающая
биссектральная ломаная отражений в
завершающем прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 205/450

Несамопересекающаяся изображающая
биссектральная ломаная отражений в
завершающем прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$
отражается в нём только зеркальными для
себя его основаниями V_0V_s и W_0W_s , на его
боковых сторонах V_0W_0 и V_sW_s только
начинается и завершается, так что ни до
отражений от них, ни до прохождений через
них дело не доходит.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 206/450

Целесообразно принять разбиение
несамопересекающейся изображающей
биссектральной ломаной на части именно по
модификации 1, по которой части обеих
изображающих биссектральных ломаных
имеют однонаправленные проекции на
горизонтальную ось как раз в промежутках
между боковыми сторонами каждого из
прямоугольников, равных исходному
прямоугольнику EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 207/450

Несамопересекающаяся изображающая
биссектральная ломаная отражений в
завершающем прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$
проходит насквозь, сохраняя своё
направление, через прозрачную для неё
боковую сторону GH исходного прямоугольника
 $EFGH$, имеющую относительную, делённую на
наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$,
абсциссу $x^\circ = r$, сохраняет неизменное направление
вправо движения своей проекции на
горизонтальную ось, в частности в своей второй

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 208/450

части в прямоугольнике HGF_2E_2 , полученном зеркально симметричным отражением исходного прямоугольника $EFGH$ относительно его боковой стороны GH , и отражается и в этих пределах своей второй части только основаниями прямоугольника HGF_2E_2 , в последний раз в точке (то ли на нижнем основании, как на рисунке 8, то ли на верхнем основании прямоугольника HGF_2E_2) с относительной, делённой на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$, абсциссой

$$x^\circ = 2r - X_2^\circ = 2r - X_2/D\{a, b'\}.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 209/450

Несамопересекающаяся изображающая
биссектральная ломаная отражений в
завершающем прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$
проходит насквозь, сохраняя своё
направление, через прозрачную для неё
боковую сторону E_2F_2 прямоугольника
 HGF_2E_2 , имеющую относительную, делённую
на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$,
абсциссу $x^\circ = 2r$, сохраняет неизменное направление
вправо движения своей проекции на
горизонтальную ось, в частности в своей третьей

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 210/450

части в прямоугольнике $E_2F_2G_2H_2$, полученном зеркально симметричным отражением прямоугольника HGF_2E_2 относительно его боковой стороны E_2F_2 , и отражается и в этих пределах своей третьей части только основаниями прямоугольника $E_2F_2G_2H_2$, в последний раз в точке (то ли на верхнем основании, как на рисунке 8, то ли на нижнем основании прямоугольника $E_2F_2G_2H_2$) с относительной, делённой на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$, абсциссой

$$x^\circ = 3r - X_3^\circ = 3r - X_3/D\{a, b'\}.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 211/450

Несамопересекающаяся изображающая
биссектральная ломаная отражений в
завершающем прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$
проходит насквозь, сохраняя своё
направление, через прозрачную для неё
боковую сторону H_2G_2 прямоугольника
 $E_2F_2G_2H_2$, имеющую относительную, делённую
на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$,
абсциссу $x^\circ = 3r$, сохраняет неизменное
направление вправо движения своей

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 212/450

проекции на горизонтальную ось, в частности в своей четвёртой части в прямоугольнике $H_2G_2F_3E_3$, полученном зеркально симметричным отражением прямоугольника $E_2F_2G_2H_2$ относительно его боковой стороны H_2G_2 , и отражается и в этих пределах своей четвёртой части только основаниями прямоугольника $H_2G_2F_3E_3$, в последний раз в точке (то ли на нижнем основании, как на рисунке 8, то ли на верхнем основании

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 213/450

прямоугольника $H_2G_2F_3E_3$) с
относительной, делённой на наибольшую
общую делящую меру $D\{a, b'\}$, абсциссой
 $x^\circ = 4r - X_4^\circ = 4r - X_4/D\{a, b'\}$.

По основной теореме обе изображающие
биссектральные ломаные – и
самопересекающаяся, и
несамопересекающаяся – состоят каждая
ровно из s частей.

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 214/450**

**Рассмотренная здесь система обозначений
выявляет как происхождение
приставляемых справа прямоугольников,
равных исходному прямоугольнику
EFGH, так и очевидную закономерную
периодичность, то есть в смысле парных
философских категорий исторического и
логического уместна исторически, однако
не логически, поскольку весьма неудобна**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 215/450

для выражения зависимости обозначений
прямоугольника от его порядкового
номера в конечной последовательности
из s элементов. Поэтому дополнительно
вводится логическая система
обозначений на рисунках 7 и 8. А именно,
прямоугольник с номером i ($1 \leq i \leq s$)
обозначается $V_{i-1} W_{i-1} W_i V_i$, а весь
завершающий (ИТОВОВЫЙ)

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 216/450**

**прямоугольник посредством $V_0W_0W_sV_s$.
По этой системе обозначаются исходный
прямоугольник как первый $V_0W_0W_1V_1$,
второй прямоугольник $V_1W_1W_2V_2$, третий
прямоугольник $V_2W_2W_3V_3$, четвёртый
прямоугольник $V_3W_3W_4V_4$, i -тый
прямоугольник $V_{i-1}W_{i-1}W_iV_i$, j -тый
прямоугольник $V_{j-1}W_{j-1}W_jV_j$ и последний,
 s -тый прямоугольник $V_{s-1}W_{s-1}W_sV_s$.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 217/450

Теорема различности всех остатков.

Любые остатки X_i и X_j между собой и любые относительные, делённые на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$, остатки X_i° и X_j° между собой при различных между собой указателях (индексах, номерах) i ($1 \leq i \leq s$) и j ($1 \leq j \leq s$) непременно различны.

Доказательство методом от противоречащего.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 218/450

Достаточно ограничиться доказательством для относительных остатков X_i° и X_j° , равных соответствующим остаткам X_i и X_j , делённым на одну и ту же непременно положительную наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ основания a и высоты b' прямоугольника.

Действительно, имеют место следующие равенства:

$$X_i = ia - [ia/b']b';$$

$$X_j = ja - [ja/b']b';$$

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 219/450**

$$\mathbf{a} = r\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\};$$

$$\mathbf{b}' = s\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\};$$

$$\mathbf{X}_i^\circ = \mathbf{X}_i/\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} = i\mathbf{a}/\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} - [i\mathbf{a}/\mathbf{b}']\mathbf{b}'/\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} = \\ i\mathbf{r} - [i\mathbf{r}/s]\mathbf{s};$$

$$\mathbf{X}_j^\circ = \mathbf{X}_j/\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} = j\mathbf{a}/\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} - [j\mathbf{a}/\mathbf{b}']\mathbf{b}'/\mathbf{D}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}'\} = \\ j\mathbf{r} - [j\mathbf{r}/s]\mathbf{s}.$$

Пусть вопреки теореме существуют такие различные между собой положительные целые числа i и j в пределах от единицы до s включительно, что совместно

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 220/450**

$$i \neq j,$$
$$X_i^\circ = X_j^\circ.$$

Ввиду симметрии i и j можно полагать

$$i < j.$$

Тогда

$$X_i^\circ = ir - [ir/s]s = X_j^\circ = jr - [jr/s]s;$$

$$jr - [jr/s]s = ir - [ir/s]s;$$

$$jr - ir = [jr/s]s - [ir/s]s;$$

$$(j - i)r = ([jr/s] - [ir/s])s;$$

$$r/s = ([jr/s] - [ir/s]) / (j - i).$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 221/450

Последнее равенство получено из предпоследнего равенства его законным делением на заведомо положительное произведение $(j - i)s$. В обоих этих равенствах разность $([jr/s] - [ir/s])$ двух целых частей поэтому является целым числом, причём непременно положительным ввиду положительности всех трёх остальных сомножителей $(j - i), r, s$ в предпоследнем равенстве.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 222/450

Однако последнее равенство противоречит принятому ранее условию непрерывной несократимости дроби r/s , которая якобы равна дроби $([jr/s] - [ir/s]) / (j - i)$ со знаменателем $(j - i)$, непрерывно строго меньшим, чем s , ввиду неравенств

$$1 \leq i \leq s,$$

$$1 \leq j \leq s,$$

$$0 < (j - i) < s.$$

Полученное противоречие доказывает теорему.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 223/450

Теорема взаимной неотрицательной
целочисленности и суммарной чётности
относительных, делённых на наибольшую
общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон
прямоугольника, координат, а именно
абсциссы x° и ординаты y° , точек
самопересекающейся или несамопересекающейся
изображающей биссектральной ломаной отражений
в прямоугольнике.

Если хотя бы одна из относительных, делённых на
наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 224/450

прямоугольника, координат, а именно абсциссы x° и ординаты y° , произвольной точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике является неотрицательным целым числом, то и другая относительная координата этой же точки является неотрицательным целым числом, причём оба этих числа являются непременно одновременно или чётными, или нечётными, так что их сумма всегда чётна.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 225/450

Доказательство ведётся методом
математической индукции.

Начальная точка изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике имеет как раз обе
нулевые относительные абсциссу x° и
ординату y° с именно нулевой их
суммой и поэтому удовлетворяет теореме.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 226/450

Допустим, что считающаяся предыдущей
некоторая произвольная точка
изображающей биссектральной ломаной
отражений в прямоугольнике,
удовлетворяющая условию теоремы о
том, что хотя бы одна из относительных,
делённых на наибольшую общую
делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон
прямоугольника, координат, а именно

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 227/450

**абсциссы x° и ординаты y° , этой точки
является неотрицательным целым
числом, удовлетворяет и заклучению
теоремы, так что и другая относительная
координата этой же точки является
неотрицательным целым числом, причём
оба этих числа являются непременно
одновременно или чётными, или
нечётными, то есть их сумма чётна.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 228/450

Теперь, чтобы сделать требуемый индукционный шаг, достаточно доказать, что непосредственно следующая обладающая одной из относительных координат, непременно выражающейся неотрицательным целым числом, точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике удовлетворяет и заклучению теоремы, так что и другая относительная координата этой же точки является неотрицательным целым числом, причём оба этих числа являются непременно одновременно или чётными, или нечётными, то есть их сумма чётна.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 229/450

Действительно, по допущению индукционного шага обе относительные, делённые на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника, координаты, а именно абсцисса x° и ордината y° , обладающей одной из относительных координат, непременно выражающейся неотрицательным целым числом, предыдущей точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике являются неотрицательными целыми числами, оба непременно одновременно или чётными, или нечётными, то есть их сумма чётна.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 230/450

Любой отрезок изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике образует угол $\pi/4$ с
любой из сторон этого прямоугольника и
поэтому с любой из осей принятой
системы относительных, делённых на
наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$
сторон прямоугольника, координат, а
именно абсциссы x° и ординаты y° .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 231/450

Поэтому непосредственно следующая обладающая одной из относительных координат, непременно выражающейся неотрицательным целым числом, точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет относительные координаты, а именно абсциссу x° и ординату y° , отличающиеся от соответствующих относительных координат предыдущей точки изображающей

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 232/450

биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике прибавлением ровно
единицы с положительным или
отрицательным знаком, причём
возможны все четыре сочетания знаков.
При любом из их сочетаний
целочисленность обеих относительных
координат абсциссы x° и ординаты y°
сохраняется, а чётность обеих непременно

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 233/450

одновременно или утрачивается, если она была, или появляется, если её не было у предыдущей точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, то есть сумма обеих относительных координат абсциссы x° и ординаты y° такой непосредственно следующей точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике чётна.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 234/450

Неотрицательность обеих относительных координат абсциссы x° и ординаты y° этой точки следует из того, что вся изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике именно целиком находится в первом квадранте принятой системы относительных координат абсциссы x° и ординаты y° .

Тем самым теорема полностью доказана методом математической индукции.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 235/450

Теорема. Все лежащие на горизонтальной относительной оси Ox° точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеют непременно чётные неотрицательные целые относительные, делённые на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника, абсциссы x° .

Доказательство.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 236/450

Каждая из точек горизонтальной относительной оси Ox° имеет непременно нулевую относительную ординату y° . Поэтому каждая лежащая на горизонтальной относительной оси Ox° точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет целочисленную, а именно нулевую, относительную ординату y° . Тогда по теореме взаимной неотрицательной целочисленности и суммарной чётности

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 237/450

ОТНОСИТЕЛЬНЫХ КООРДИНАТ ТОЧЕК
самопересекающейся ИЛИ
несамопересекающейся изображающей
биссектральной ломаной отражений В
прямоугольнике и другая относительная
координата, в данном случае абсцисса x° , этой же
точки является неотрицательным целым числом,
причём именно чётным, поскольку оба этих числа
являются непременно одновременно или чётными,
или нечётными, так что их сумма всегда чётна.
Тем самым теорема доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 238/450

Теорема. Все лежащие на вертикальной относительной оси Oy° точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеют непременно чётные неотрицательные целые относительные, делённые на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника, ординаты y° .
Доказательство.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 239/450

Каждая из точек вертикальной относительной оси Oy° имеет непременно нулевую относительную абсциссу x° . Поэтому каждая лежащая на вертикальной относительной оси Oy° точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет целочисленную, а именно нулевую, относительную абсциссу x° . Тогда по теореме взаимной неотрицательной целочисленности и суммарной чётности относительных

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 240/450

координат абсциссы x° и ординаты y° точек самопересекающейся или несамопересекающейся изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике и другая относительная координата, в данном случае ордината y° , этой же точки является неотрицательным целым числом, причём именно чётным, поскольку оба этих числа являются непременно одновременно или чётными, или нечётными, так что их сумма всегда чётна.

Тем самым теорема доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 241/450

Замечание. Последние две теоремы относились к обеим сторонам прямоугольника, лежащим на горизонтальной и вертикальной относительных осях избранной системы относительных координат, а именно абсциссы x° и ординаты y° , делённых на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника и на произведение $(D\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha)$ соответственно. Остаётся рассмотреть обе противоположные этим сторонам стороны прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 242/450

Относительная, делённая на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника, абсцисса x° является нулевой для левой боковой стороны прямоугольника и равна r для его правой боковой стороны. Относительная, делённая на произведение $(D\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha)$, ордината y° является нулевой для нижнего основания прямоугольника и равна s для его верхнего основания.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 243/450

Кроме того, требуется рассмотреть всевозможные допустимые сочетания чётности или нечётности каждого из обоих непременно положительных целых чисел, а именно относительной длины прямоугольника r и его относительной высоты s . Случай одновременной чётности обоих этих чисел невозможен, поскольку при этом нарушается принятое условие взаимной простоты этих чисел, у которых тогда

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 244/450

появился бы превышающий единицу общий делитель, равный двум. Поэтому подлежат рассмотрению все три возможных случая: одновременной нечётности относительной длины прямоугольника r и его относительной высоты s , чётности относительной длины прямоугольника r при нечётности его относительной высоты s и, наоборот, нечётности относительной длины прямоугольника r при чётности его относительной высоты s .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 245/450

Теорема. Если относительная, делённая на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b\}$ сторон прямоугольника, его длина r является именно нечётным положительным целым числом, то все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике на правой боковой стороне прямоугольника имеют непременно нечётные положительные целые относительные ординаты y° .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 246/450

Доказательство.

Каждая из точек правой боковой стороны прямоугольника имеет положительную целую относительную абсциссу $x^\circ = r$, по условию теоремы непременно нечётную. Поэтому каждая лежащая на правой боковой стороне прямоугольника точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет непременно нечётную положительную целую относительную

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 247/450

абсциссу $x^\circ = r$. Тогда по теореме взаимной неотрицательной целочисленности и суммарной чётности относительных координат абсциссы x° и ординаты y° точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике и другая относительная координата, в данном случае ордината y° , этой же точки является неотрицательным целым числом, причём именно нечётным, поскольку оба этих числа являются непременно одновременно или чётными, или нечётными, так что их сумма всегда чётна. Тем самым теорема доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 248/450

Теорема. Если относительная, делённая на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b\}$ сторон прямоугольника, его длина r является именно чётным положительным целым числом, то все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике на правой боковой стороне прямоугольника имеют непременно чётные положительные целые относительные ординаты y° .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 249/450

Доказательство.

Каждая из точек правой боковой стороны прямоугольника имеет положительную целую относительную абсциссу $x^{\circ} = r$, по условию теоремы непременно чётную. Поэтому каждая лежащая на правой боковой стороне точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет непременно чётную положительную целую относительную абсциссу $x^{\circ} = r$. Тогда по

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 250/450

теореме взаимной неотрицательной
целочисленности и суммарной чётности
относительных координат абсциссы x° и ординаты
 y° точек изображающей биссектральной ломаной
отражений в прямоугольнике и другая
относительная координата, в данном случае
ордината y° , этой же точки является
неотрицательным целым числом, причём именно
чётным, поскольку оба этих числа являются
непрерменно одновременно или чётными, или
нечётными, так что их сумма всегда чётна.
Тем самым теорема доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 251/450

Теорема. Если относительная, делённая на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b\}$ сторон прямоугольника, его высота s является именно нечётным положительным целым числом, то все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике на верхнем основании прямоугольника имеют непременно нечётные положительные целые относительные абсциссы x° .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 252/450

Доказательство.

Каждая из точек верхнего основания прямоугольника имеет положительную целую относительную ординату $y^{\circ} = s$, по условию теоремы непременно нечётную. Поэтому каждая лежащая на верхнем основании прямоугольника точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет непременно нечётную положительную целую относительную

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 253/450

ординату $y^\circ = s$. Тогда по теореме взаимной неотрицательной целочисленности и суммарной чётности относительных координат абсциссы x° и ординаты y° точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике и другая относительная координата, в данном случае абсцисса x° , этой же точки является неотрицательным целым числом, причём именно нечётным, поскольку оба этих числа являются непременно одновременно или чётными, или нечётными, так что их сумма всегда чётна. Тем самым теорема доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 254/450

Теорема. Если относительная, делённая на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b\}$ сторон прямоугольника, его высота s является именно чётным положительным целым числом, то все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике на верхнем основании прямоугольника имеют непременно чётные положительные целые относительные абсциссы x° .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 255/450

Доказательство.

Каждая из точек верхнего основания прямоугольника имеет положительную целую относительную ординату $y^{\circ} = s$, по условию теоремы непременно чётную. Поэтому каждая лежащая на верхнем основании прямоугольника точка изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике имеет непременно чётную положительную целую относительную

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 256/450

ординату $y^\circ = s$. Тогда по теореме взаимной
неотрицательной целочисленности и суммарной
чётности относительных координат абсциссы x° и
ординаты y° точек изображающей биссектральной
ломаной отражений в прямоугольнике и другая
относительная координата, в данном случае
абсцисса x° , этой же точки является
неотрицательным целым числом, причём именно
чётным, поскольку оба этих числа являются
непрерменно одновременно или чётными, или
нечётными, так что их сумма всегда чётна.
Тем самым теорема доказана.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 257/450

Замечание. В настоящей научной монографии выше были открыты и доказаны основной теоремой явление и закон невозвратимости действительной секущей и поэтому как её частный случай изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, а также её непременной конечности и поэтому завершаемости как раз целиком именно и только при соизмеримости сторон прямоугольника и поэтому при наличии их наибольшей общей делящей меры $D\{a, b'\}$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 258/450

Однако при этом оставался совершенно открытым вопрос о том, в какой именно из всех остальных трёх вершин прямоугольника и при каких именно соответствующих дополнительных условиях изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике завершается целиком. Этот вопрос полностью решается следующими тремя открытыми явлениями и законами и доказывающими их теоремами завершения

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 259/450

непрерывно конечной изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике, вполне исчерпывающими
указанные выше три всевозможных именно
допустимых сочетания чётности или
нечётности относительных, делённых на
наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$
сторон прямоугольника, длины
прямоугольника r и его высоты s .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 260/450

Общее начало доказательств всех трёх
следующих теорем.

Принятая система относительных
координат, а именно делённой на
наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$
сторон прямоугольника относительной
абсциссы x° и делённой на произведение
 $(D\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha)$ относительной ординаты y° ,
обеспечивает следующие свойства.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 261/450

Исходная для непрерывно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника находится как раз в начале этой системы относительных координат и поэтому имеет именно нулевые относительные абсциссу x° и ординату y° , так что и сумма $x^\circ + y^\circ$ обеих относительных координат является как раз нулевой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 262/450

Смежная по нижнему основанию прямоугольника с исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника находится правее начала этой системы относительных координат на относительную длину r прямоугольника и поэтому имеет относительную абсциссу $x^{\circ} = r$ и именно нулевую относительную ординату y° с суммой $x^{\circ} + y^{\circ} = r$ обеих относительных координат.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 263/450

Смежная по левой боковой стороне прямоугольника с исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника находится выше начала этой системы относительных координат на относительную высоту s прямоугольника и поэтому имеет именно нулевую относительную абсциссу x° и относительную ординату $y^{\circ} = s$ с суммой $x^{\circ} + y^{\circ} = s$ обеих относительных координат.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 264/450

Противоположная исходной для непрерывно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника находится правее начала этой системы относительных координат на относительную длину r прямоугольника и выше начала этой системы относительных координат на относительную высоту s прямоугольника и поэтому имеет относительную абсциссу $x^{\circ} = r$ и относительную ординату $y^{\circ} = s$ с суммой $x^{\circ} + y^{\circ} = r + s$ обеих относительных координат.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 265/450

Первые открытые явление и закон и доказывающая их теорема завершения непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике. При одновременной нечётности как относительной длины r прямоугольника, так и его относительной высоты s непременно конечная изображающая биссектральная ломаная

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 266/450

отражений в прямоугольнике завершается именно целиком в вершине прямоугольника, которая противоположна исходной для изображающей биссектральной ломаной вершине.

Доказательство.

По условию теоремы как относительная длина r , так и относительная высота s прямоугольника являются именно нечётными положительными целыми числами, что показано на рисунке 9.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 267/450

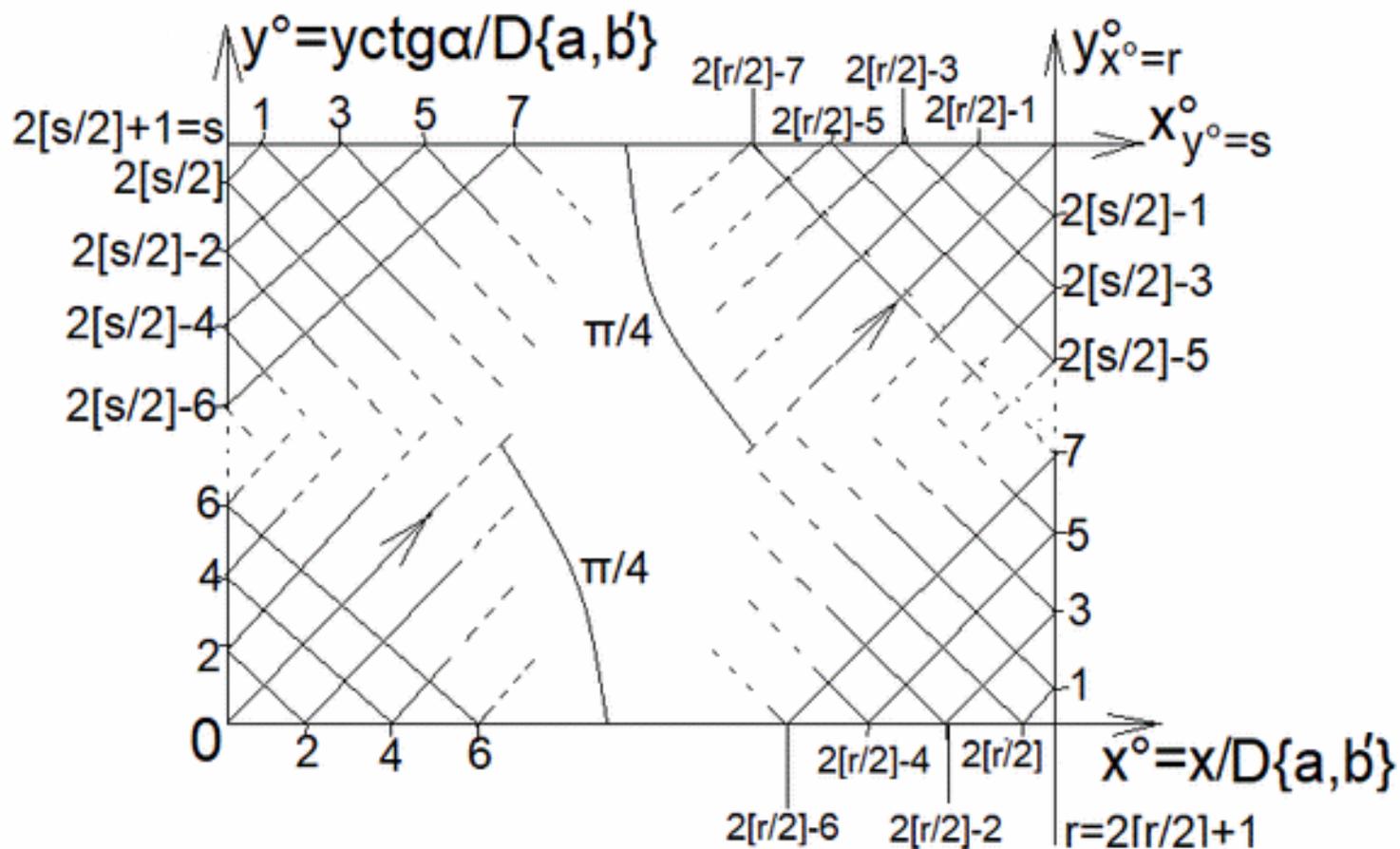


Рисунок 9. Изображающая секущую ломаную биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике с нечётными относительными длиной r и высотой s .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 268/450

Тогда для обеих смежных с исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершин прямоугольника суммы $x^\circ + y^\circ$ обеих относительных координат именно нечётны.

Поэтому по теореме взаимной неотрицательной целочисленности и суммарной чётности относительных координат абсциссы x° и ординаты y° точек

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 269/450

изображающей биссектральной ломаной отражений
в прямоугольнике обе смежные с исходной для
непрерывно конечной изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике вершины прямоугольника вообще
не могут принадлежать изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике, которая поэтому не может
завершаться целиком ни в одной из этих обеих
смежных с исходной для непрерывно конечной
изображающей биссектральной ломаной отражений
в прямоугольнике вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 270/450

Зато для вершины прямоугольника, которая противоположна исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершине прямоугольника, сумма $x^\circ + y^\circ = r + s$ обеих относительных координат именно чётна.

По условию теоремы изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике непременно конечна и поэтому завершается именно целиком в одной из четырёх вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 271/450

Эта искомая завершающая для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника не может быть ни исходной для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершиной прямоугольника по закону невозвратимости, ни вершиной прямоугольника, смежной с этой исходной вершиной, как доказано выше.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 272/450

Поэтому ввиду полноты системы всех рассмотренных возможностей единственная возможная завершающая для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника является и действительной, так что изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике завершается именно целиком в вершине прямоугольника, которая противоположна исходной для изображающей биссектральной ломаной вершине, что и требовалось доказать.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 273/450

Вторые открытые явление и закон и доказывающая их теорема завершения непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике. При совместных чётности относительной длины r прямоугольника и нечётности его относительной высоты s непременно конечная изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике завершается именно целиком

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 274/450

в вершине прямоугольника, которая смежна по нижнему основанию с вершиной прямоугольника, исходной для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике.

Доказательство.

По условию теоремы относительная длина r прямоугольника является именно чётным положительным целым числом, а относительная высота s прямоугольника является именно нечётным положительным целым числом, что показано на рисунке 10.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 275/450

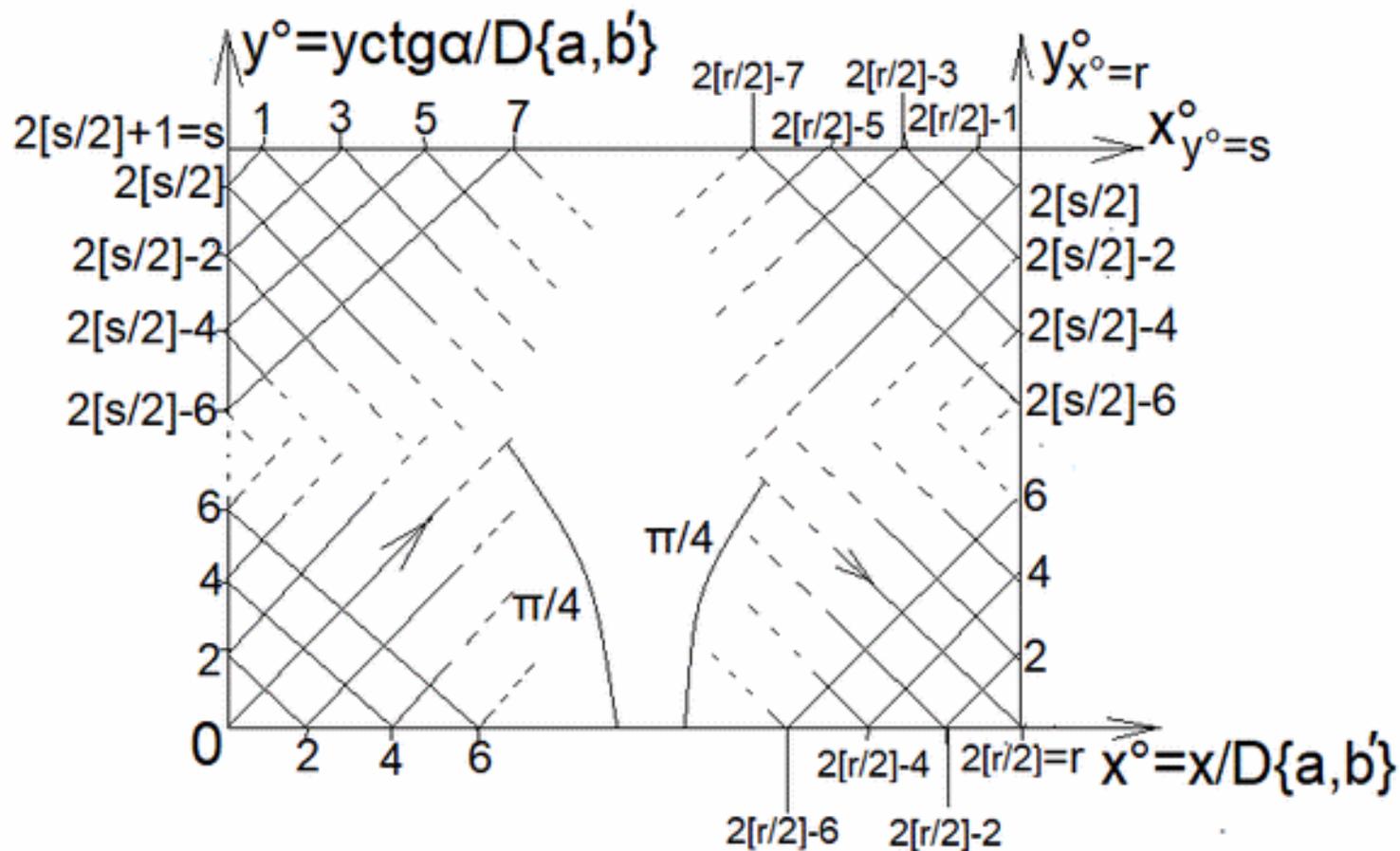


Рисунок 10. Изображающая секущую ломаную биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике с чётной относительной длиной r и нечётной относительной высотой s .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 276/450

Тогда для вершины прямоугольника, смежной по левой боковой стороне с вершиной прямоугольника, исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, сумма $x^\circ + y^\circ = s$ обеих относительных координат именно нечётна.

И для вершины прямоугольника, которая противоположна исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершине прямоугольника, сумма $x^\circ + y^\circ = r + s$ обеих относительных координат именно нечётна.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 277/450

Поэтому по теореме взаимной
неотрицательной целочисленности и
суммарной чётности относительных
координат абсциссы x° и ординаты y° точек
изображающей биссектральной ломаной
отражений в прямоугольнике как вершина
прямоугольника, смежная по левой боковой
стороне с вершиной прямоугольника,
исходной для непременно конечной
изображающей биссектральной ломаной

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 278/450

отражений в прямоугольнике, так и вершина прямоугольника, которая противоположна исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, вообще не могут принадлежать изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, которая поэтому не может завершаться целиком ни в одной из этих обеих вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 279/450

Зато для вершины прямоугольника, смежной по нижнему основанию с вершиной прямоугольника, исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, сумма $x^\circ + y^\circ = r$ обеих относительных координат именно чётна.
По условию теоремы изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике непременно конечна и поэтому завершается именно целиком в одной из четырёх вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 280/450

Эта искомая завершающая для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника не может быть ни исходной для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершиной прямоугольника по закону невозвратимости, ни вершиной прямоугольника, смежной по левой боковой стороне с этой исходной вершиной, ни вершиной прямоугольника, которая противоположна этой исходной вершине, как доказано выше.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 281/450

Поэтому ввиду полноты системы всех рассмотренных возможностей единственная возможная завершающая для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника является и действительной, так что изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике завершается именно

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 282/450

целиком в вершине прямоугольника, которая смежна по нижнему основанию с вершиной прямоугольника, исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, что и требовалось доказать.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 283/450

Третьи открытые явление и закон и доказывающая их теорема завершения непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике. При совместных нечётности относительной длины r прямоугольника и чётности его относительной высоты s непременно конечная изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике завершается именно целиком

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 284/450

в вершине прямоугольника, которая смежна по левой боковой стороне с вершиной прямоугольника, исходной для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике.

Доказательство.

По условию теоремы относительная длина r прямоугольника является именно нечётным положительным целым числом, а относительная высота s прямоугольника является именно чётным положительным целым числом, что показано на рисунке 11.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 285/450

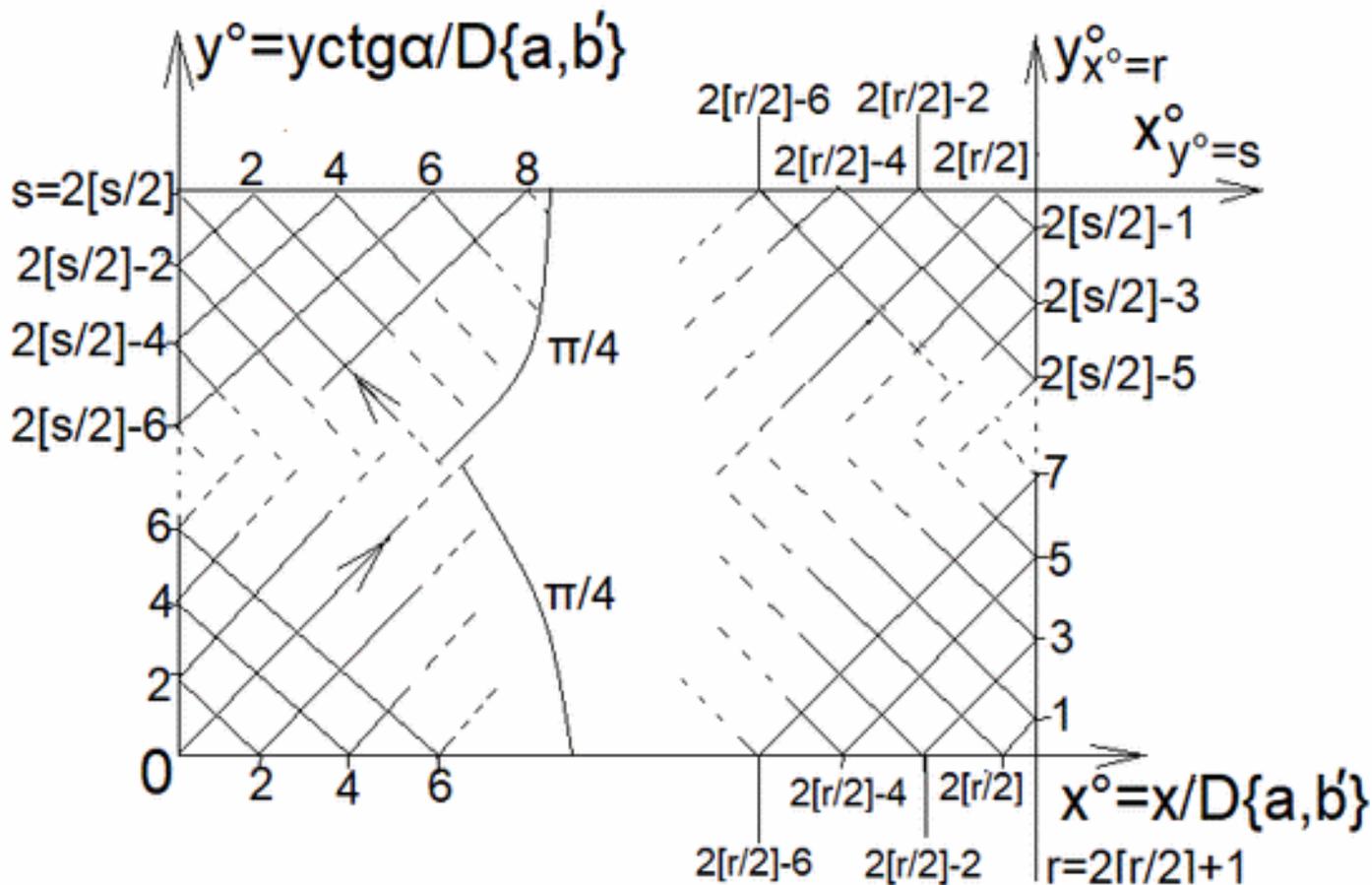


Рисунок 11. Изображающая секущую ломаную биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике с нечётной относительной длиной r и чётной относительной высотой s.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 286/450

Тогда для вершины прямоугольника, смежной по нижнему основанию с вершиной прямоугольника, исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, сумма $x^\circ + y^\circ = r$ обеих относительных координат именно нечётна.

И для вершины прямоугольника, которая противоположна исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершине прямоугольника, сумма $x^\circ + y^\circ = r + s$ обеих относительных координат именно нечётна.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 287/450

Поэтому по теореме взаимной
неотрицательной целочисленности и
суммарной чётности относительных
координат абсциссы x° и ординаты y° точек
изображающей биссектральной ломаной
отражений в прямоугольнике как вершина
прямоугольника, смежная по нижнему
основанию с вершиной прямоугольника,
исходной для непременно конечной
изображающей биссектральной ломаной

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 288/450

отражений в прямоугольнике, так и вершина прямоугольника, которая противоположна исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, вообще не могут принадлежать изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, которая поэтому не может завершаться целиком ни в одной из этих обеих вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 289/450

Зато для вершины прямоугольника, смежной по левой боковой стороне с вершиной прямоугольника, исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, сумма $x^\circ + y^\circ = s$ обеих относительных координат именно чётна.

По условию теоремы изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике непременно конечна и поэтому завершается именно целиком в одной из четырёх вершин прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 290/450

Эта искомая завершающая для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника не может быть ни исходной для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершиной прямоугольника по закону не возвратимости, ни вершиной прямоугольника, смежной по нижнему основанию с этой исходной вершиной, ни вершиной прямоугольника, которая противоположна этой исходной вершине, как доказано выше.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 291/450

Поэтому ввиду полноты системы всех рассмотренных возможностей единственная возможная завершающая для изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике вершина прямоугольника является и действительной, так что изображающая биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике завершается именно

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 292/450

целиком в вершине прямоугольника, которая смежна по левой боковой стороне с вершиной прямоугольника, исходной для непременно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике, что и требовалось доказать.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 293/450

Теорема. Все самопересечения непреренно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике образуют равномерную квадратную сетку с диагональю каждого квадрата, равной двукратной наибольшей общей делящей мере $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника, и с общим количеством квадратов этой сетки, равным полупроизведению уменьшенных на единицу относительных сторон прямоугольника, делённых на их наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 294/450

Доказательство.

Вновь используется прежняя наиболее удобная система относительных координат абсциссы x° и ординаты y° с относительными длиной r и высотой s прямоугольника.

По теореме о непрерывной чётности относительных абсцисс x° всех лежащих на их оси Ox° точек непрерывно конечной изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике ЭТИМИ

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 295/450

относительными абсциссами x° могут быть только чётные неотрицательные целые числа, не превышающие относительной длины r прямоугольника:

$$0, 2, 4, 6, \dots, 2[r/2].$$

Общее количество точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на оси Ox° относительных абсцисс на рисунке 6 проще всего определить по равносильной именно

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 296/450**

**несамопересекающейся изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$ на рисунке 8.**

**Последовательность всех таких точек
начинается с нуля, за которым следуют с
промежутками $2s$ между соседними точками
все остальные точки на отрезке V_0V_s длиной
 rs . Поэтому наличествуют**

$$[rs/(2s)] = [r/2]$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 297/450

**таких следующих за нулём точек, то есть
ровно столько же, сколько следующих за
нулём и в приведённой имеющей разность 2
конечной арифметической прогрессии**

$$0, 2, 4, 6, \dots, 2[r/2],$$

**которая соответствует равносильной, вообще
говоря, самопересекающейся изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике EFGH на рисунке 6.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 298/450

По законам неповторяемости и непротивоходности, вообще говоря, самопересекающейся изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на рисунке 6 она не может пройти более одного раза ни через одну из этих точек

$0, 2, 4, 6, \dots, 2[r/2]$.

Никаких иных точек изображающей биссектральной ломаной отражений в

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 299/450

прямоугольнике EFGH на оси Ox° относительных абсцисс на рисунке 6 быть не может. А общее количество точек изображающей биссектральной ломаной на оси Ox° совпадает с общим количеством элементов имеющей разность 2 конечной арифметической прогрессии

$$0, 2, 4, 6, \dots, 2[r/2].$$

Поэтому все эти возможные точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH оказываются действительными, то есть наличествующими, причём непременно ровно по одному разу.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 300/450

Тем самым доказано, что все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на его нижнем основании EH действительно расположены именно равномерно, а именно ровно через две единицы в принятой системе $x^\circ O y^\circ$ относительных координат, а именно делённой на наибольшую общую делящую меру $D\{a, b'\}$ сторон прямоугольника относительной абсциссы x° и делённой на произведение $(D\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha)$ относительной ординаты y° . Это в числе многого другого и показано на рисунках 9, 10 и 11.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 301/450

Теперь предстоит доказать подобную равномерность уже для верхнего основания FG прямоугольника EFGH.

Общее количество точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на его верхнем основании FG $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ относительных координат на рисунке 6 проще всего определить по равносильной

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 302/450

**именно несамопересекающейся
изображающей биссектральной ломаной
отражений в прямоугольнике $V_0W_0W_sV_s$
на рисунке 8.**

**Последовательность относительных абсцисс
 x° всех таких точек начинается с
относительной высоты s прямоугольника.
Далее следуют с промежутками $2s$ между
относительными абсциссами x° соседних**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 303/450

точек все остальные точки на отрезке длиной $(rs - s)$. Поэтому наличествуют

$$[(rs - s)/(2s)] = [(r - 1)/2]$$

таких точек, следующих за точкой с относительной абсциссой $x^\circ = s$, то есть вместе с этой точкой

$$[(r - 1)/2] + 1 = [(r + 1)/2]$$

точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на его верхнем основании FG $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ относительных координат на рисунке 6.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 304/450

Теперь предстоит вновь поочерёдно
рассмотреть все три допустимых
сочетания чётности и нечётности
относительных длины r и высоты s
прямоугольника EFGH.

Если относительные длина r и высота s
прямоугольника EFGH нечётны, то
возможные значения относительных абсцисс
 x° лежащих на верхнем основании FG $y^\circ = s$ в
системе $x^\circ O y^\circ$ относительных координат

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 305/450

точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на рисунке 9 образуют конечную арифметическую прогрессию

1, 3, 5, ... , $2[r/2]-5$, $2[r/2]-3$, $2[r/2]-1$, $r = 2[r/2]+1$ с такой же, как и на нижнем основании прямоугольника EFGH, разностью 2 и с $[r/2] + 1 = [(r + 2)/2] = [(r + 1)/2]$ (последнее равенство целых частей верно ввиду нечётности относительной длины r прямоугольника

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 306/450

ЕFGH) элементов. То есть наличествуют ровно столько же элементов конечной арифметической прогрессии, сколько всех лежащих на верхнем основании FG точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH.

Если относительная длина r прямоугольника EFGH чётна, а его относительная высота s нечётна, то возможные значения относительных абсцисс x° лежащих на

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 307/450

верхнем основании $FG y^{\circ} = s$ в системе $x^{\circ}Oy^{\circ}$

относительных координат точек

изображающей биссектральной ломаной

отражений в прямоугольнике EFGH на

рисунке 10 образуют конечную

арифметическую прогрессию

1, 3, 5, ... , $2[r/2]-5$, $2[r/2]-3$, $2[r/2]-1$

с такой же, как и на нижнем основании

прямоугольника EFGH, разностью 2 и с $[r/2] =$

$[(r + 1)/2]$ (последнее равенство целых частей

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 308/450

верно ввиду чётности относительной длины r прямоугольника EFGH) элементов. То есть наличествуют ровно столько же элементов конечной арифметической прогрессии, сколько всех лежащих на верхнем основании FG точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH. Если относительная длина r прямоугольника EFGH нечётна, а его относительная высота s чётна, то возможные значения относительных

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 309/450

абсцисс x° лежащих на верхнем основании FG
 $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ относительных
координат точек изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике EFGH на рисунке 11
образуют конечную арифметическую
прогрессию

$0, 2, 4, 6, \dots, 2[r/2]-6, 2[r/2]-4, 2[r/2]-2, 2[r/2]$
с такой же, как и на нижнем основании
прямоугольника EFGH, разностью 2 и с $[r/2] +$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 310/450

$1 = [(r + 2)/2] = [(r + 1)/2]$ (последнее равенство целых частей верно ввиду нечётности относительной длины r прямоугольника EFGH) элементов. То есть наличествуют ровно столько же элементов конечной арифметической прогрессии, сколько всех лежащих на верхнем основании FG точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 311/450

Таким образом, во всех трёх допустимых сочетаниях чётности и нечётности относительных длины r и высоты s прямоугольника EFGH наличествуют ровно столько же всех допустимых и возможных значений относительных абсцисс x° лежащих на верхнем основании FG $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ относительных координат точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 312/450

рисунках 9, 10 и 11 как элементов имеющей
разность 2 конечной арифметической
прогрессии, сколько всех лежащих на верхнем
основании FG точек изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике EFGH.

По законам неповторяемости и
непротивоходности, вообще говоря,
самопересекающейся изображающей
биссектральной ломаной отражений в

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 313/450

прямоугольнике EFGH на рисунке 6 она не может пройти более одного раза ни через одну из этих лежащих на верхнем основании FG $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ точек со всеми допустимыми и возможными значениями относительных абсцисс x° .

Никаких иных лежащих на верхнем основании FG $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 314/450

рисунке 6 быть не может. А общее количество точек изображающей биссектральной ломаной на верхнем основании FG $y^\circ = s$ в системе $x^\circ O y^\circ$ совпадает с общим количеством элементов соответствующей имеющей разность 2 конечной арифметической прогрессии всех допустимых и возможных значений относительных абсцисс x° всех этих точек.

Поэтому все эти допустимые и возможные точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике $EFGH$ на его верхнем основании FG оказываются действительными, то есть

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 315/450

наличествующими, причём непременно ровно по одному разу.

Тем самым доказано, что все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на его верхнем основании FG действительно расположены именно равномерно, а именно ровно через две единицы в системе $x^{\circ}Oy^{\circ}$ относительных координат.

Это в числе многого другого и показано на рисунках 9, 10 и 11.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 316/450

Обе боковые стороны EF и HG прямоугольника EFGH не длиннее его оснований FG и EH. Кроме того, каждый отрезок изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике образует угол $\pi/4$ с каждой из сторон прямоугольника. Поэтому достаточно рассмотреть каждую из боковых сторон EF и HG прямоугольника EFGH совместно с имеющим такую же, как у неё, длину

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 317/450

смежным отрезком любого из оснований FG и EN и учесть равномерность всех точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике на этом отрезке. Отсюда следует точно такая же равномерность всех точек изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике на каждой из его боковых сторон.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 318/450

Тем самым доказано, что все точки изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике EFGH на его боковых сторонах EF и HG действительно расположены именно равномерно, а именно ровно через две единицы в системе $x^{\circ}Oy^{\circ}$ относительных координат.

Это в числе многого другого и показано на рисунках 9, 10 и 11.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 319/450

Отсюда следует равномерность квадратной сетки, образуемой всеми самопересечениями изображающей биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике. Все квадраты этой решётки одинаковы и имеют равную двум диагональ в системе $x^{\circ}Oy^{\circ}$ относительных координат.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 320/450

Стороны этих квадратов наклонены под углами $\pi/4$ к сторонам прямоугольника и имеют равные наибольшей общей делящей мере $D\{a, b'\}$ сторон a и b' прямоугольника проекции на стороны прямоугольника. Поэтому сторона каждого из квадратов этой сетки всех самопересечений равна $2^{1/2}D\{a, b'\}$, а площадь каждого из этих квадратов составляет

$$2D^2\{a, b'\}.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 321/450

**В этом случае равномерность сетки всех
самопересечений секущей ломаной
отражений в прямоугольнике следует из
того, что натуральные числа r и s
взаимно просты, секущая ломаная
содержит именно s частей, повторяться
остатки**

$0, 1, 2, \dots, s - 1,$

которых ровно s , среди остатков

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 322/450

$X_1, X_2, \dots, X_s,$

КОТОРЫХ ТОЖЕ РОВНО s , НЕ МОГУТ, ПОСКОЛЬКУ РАССМОТРЕНИЕ СЕКУЩЕЙ ЛОМАННОЙ ОТРАЖЕНИЙ В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ НА ПРОМЕЖУТКЕ МЕЖДУ ЭТИМИ ПОВТОРЯЮЩИМИСЯ ОСТАТКАМИ ПОКАЗАЛО БЫ, ЧТО ЭТА СЕКУЩАЯ ЛОМАННАЯ МОЖЕТ БЫТЬ ПРИ ТОМ ЖЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ КОРОЧЕ, ЧЕМ ОНА ЕСТЬ, ВОПРОЕКИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОСТИ, ТО ЕСТЬ

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 323/450

X_1, X_2, \dots, X_s

есть некая перестановка чисел

$0, 1, 2, \dots, s - 1.$

Эта равномерная сетка всех
самопересечений секущей ломаной
отражений в прямоугольнике образует
равные между собой ромбы со сторонами
 $D\{a, b'\}/\cos\alpha$, с диагоналями $2D\{a, b'\}$,
параллельными сторонам a

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 324/450

прямоугольника, и диагоналями $2D\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha$,
параллельными сторонам b
прямоугольника.

Поэтому площадь каждого из ромбов этой
сетки всех самопересечений составляет
 $2D^2\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha$.

Общее количество этих ромбов можно
определить по их общей площади.

Площадь прямоугольника составляет
 $ab = rsD^2\{a, b'\} \operatorname{tg}\alpha$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 325/450

Из неё следует вычесть общую площадь
равнобедренных прямоугольных
треугольников вдоль контура
прямоугольника с его внутренней
сторонами между контуром и сеткой
ромбов.

Площадь каждого из этих треугольников
равна половине произведения сторонами
треугольника, лежащей на одной из сторон

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 326/450

прямоугольника, на высоту треугольника, опущенную на эту сторону треугольника.

Такая высота оказывается одинаковой для всех этих треугольников с основаниями на сторонах а прямоугольника и составляет ровно половину вертикальной диагонали каждого из внутренних ромбов, то есть

$$D\{a, b'\}tg\alpha.$$

Половина произведения суммы длин сторон а прямоугольника на эту общую высоту составляет

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 327/450

$$(1/2)(a + a)D\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha = aD\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha.$$

Такая высота оказывается одинаковой и для всех этих треугольников с основаниями на сторонах b прямоугольника и составляет ровно половину горизонтальной диагонали каждого из внутренних ромбов, то есть $D\{a, b'\}$. Половина произведения суммы длин сторон b прямоугольника на эту общую высоту составляет

$$(1/2)(b + b)D\{a, b'\} = bD\{a, b'\}.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 328/450

Однако при этом площади двух треугольников с прямыми углами у двух вершин прямоугольника, через которые секущая ломаная отражений в прямоугольнике не проходит, считаются дважды со смежных сторон прямоугольника и поэтому один раз должны быть вычтены из суммы этих половин произведений.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 329/450

Здесь используется доказанная сразу часть общей теоремы, относящаяся к тому, что секущая ломаная отражений в прямоугольнике не может попасть в ту же самую вершину прямоугольника, откуда эта ломаная вышла. Сумма площадей этих двух треугольников равна

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 330/450

**ПОЛОВИНЕ ПЛОЩАДИ КАЖДОГО ИЗ
ВНУТРЕННИХ РОМБОВ, ТО ЕСТЬ $D^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha$.**

Поэтому общая площадь всех треугольников между контуром прямоугольника и сетью внутренних ромбов составляет

$$\begin{aligned} & aD\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha + bD\{a, b'\} - D^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha = \\ & rD^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha + sD^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha - D^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha = \\ & (r + s)D^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha - D^2\{a, b'\} \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 331/450

В итоге общее количество равных между собой ромбов со сторонами $D\{a, b'\}/\cos\alpha$, с диагоналями $2D\{a, b'\}$, параллельными сторонам a прямоугольника, и диагоналями $2D\{a, b'\}\operatorname{tg}\alpha$, параллельными сторонам b прямоугольника, внутри прямоугольника составляет

$$Q_g = \{rsD^2\{a, b'\}\operatorname{tg}\alpha - (r + s)D^2\{a, b'\}\operatorname{tg}\alpha + D^2\{a, b'\}\operatorname{tg}\alpha\}/(2D^2\{a, b'\}\operatorname{tg}\alpha) = (r - 1)(s - 1)/2 = (a/D\{a, b'\} - 1)(b(\operatorname{ctg}\alpha)/D\{a, b'\} - 1)/2.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 332/450

**Тем самым полностью завершены
доказательство общей теоремы и
построение общей теории
конечных и бесконечных
последовательных отражений
секущей внутреннего угла
прямоугольника его сторонами.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 333/450

Общая теория конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами является очевидным обобщением теории конечных и бесконечных последовательных отражений биссектрисы внутреннего угла прямоугольника его сторонами и даёт эту теорию в частном случае

$$\alpha = \pi/4.$$

При этом

$$\operatorname{tga} = \operatorname{ctga} = 1.$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 334/450

Секущая ломаная отражений в
прямоугольнике становится изображающей
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике и, разумеется, и в этом
частном случае не может попасть в ту же
самую вершину прямоугольника, откуда эта
ломаная вышла.

Условие

$$a \geq b(\operatorname{ctg} \alpha)$$

принимает вид

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 335/450

$$a \geq b.$$

Сторона a прямоугольника становится не
меньшей, а сторона b – не большей.

Поэтому по совместительству
основание a прямоугольника
становится также длиной
прямоугольника, а основательность
прямоугольника

$$\sigma = a/b$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 336/450

– ещё и его продолговатостью.

Произведение

$$\sigma\tau = (a/b)\operatorname{tga}$$

основательности σ прямоугольника на угловой коэффициент tga биссектральной ломаной ввиду единичности этого коэффициента сводится к первому множителю, то есть к основательности и ещё и продолговатости прямоугольника

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 337/450

$$\sigma = a/b.$$

Поэтому биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике конечна тогда и только тогда, когда основательность и ещё и продолговатость прямоугольника

$$\sigma = a/b$$

рациональна, то есть

$$\sigma = a/b = r/s,$$

где r, s – натуральные взаимно простые числа, то есть

$$r, s \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 338/450

и их наибольший общий делитель равен единице:

$$(r, s) = 1.$$

В этом случае общее число N_g отрезков биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике по-прежнему определяется общей формулой

$$N_g = r + s - 1.$$

Наибольшая общая делящая мера

$$D\{a, b'\} = a/r = b(\operatorname{ctg}\alpha)/s$$

становится наибольшей общей делящей мерой сторон прямоугольника

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 339/450

$$D\{a, b'\} = a/r = b/s.$$

В этом случае общая длина биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике составляет

$$L_g = ab/(D\{a, b'\} \sin \alpha) = sa/\cos \alpha = rb/\sin \alpha = rsD\{a, b'\}/\cos \alpha = 2^{1/2}ab/D\{a, b'\} \sin \alpha = 2^{1/2}sa = 2^{1/2}rb' = 2^{1/2}rsD\{a, b'\}.$$

При всех самопересечениях биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике образуются

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 340/450

$$Q_g = (a/D\{a, b'\} - 1)(b(\operatorname{ctg}\alpha)/D\{a, b'\} - 1)/2 = (a/D\{a, b'\} - 1)(b'/D\{a, b'\} - 1)/2 = (r - 1)(s - 1)/2$$

равных между собой ромбов со сторонами $D\{a, b'\}/\cos\alpha$, с диагоналями $2D\{a, b'\}$, параллельными сторонам a прямоугольника, и с диагоналями $2D\{a, b'\}$, параллельными сторонам b прямоугольника, и, следовательно, в данном частном случае превращающихся в квадраты стороной $2^{1/2}D\{a, b'\}$ и площадью $2D^2\{a, b'\}$, своими сторонами наклонённые под углами $\pi/4$ к сторонам прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 341/450

Значит, из общей теоремы общей теории конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами следует общая теорема теории конечных и бесконечных последовательных отражений биссектрисы внутреннего угла прямоугольника его сторонами. Разумеется, то же относится и к доказательствам этих общих теорем, что нетрудно проследить по ходу этих доказательств.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 342/450

Таким образом, общая теория конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами действительно является обобщением теории конечных и бесконечных последовательных отражений биссектрисы внутреннего угла прямоугольника его сторонами и даёт эту теорию в частном случае $\alpha = \pi/4$.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 343/450

Nota bene.

Тем не менее, из теории конечных и бесконечных последовательных отражений биссектрисы внутреннего угла прямоугольника его сторонами можно вывести общую теорию конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами с переходом от частного случая

$$\alpha = \pi/4$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 344/450

к общему случаю $\alpha \in (0, \pi/2)$, $0 < \alpha < \pi/2$.

Для этого достаточно любое из соответствующих неравноосных растяжений плоскости прямоугольника с биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике такое, что отношение коэффициентов растяжения вертикального к горизонтальному составляет именно $\operatorname{tg}\alpha$, где α и является тем самым углом наклона секущей к основанию прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 345/450

Простейшими такими геометрическими преобразованиями указанной плоскости являются или её вертикальное растяжение в $\operatorname{tg}\alpha$ раз, или её горизонтальное сжатие в $\operatorname{tg}\alpha$ раз.

Для определённости осуществим вертикальное растяжение указанной плоскости в $\operatorname{tg}\alpha$ раз.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 346/450

При этом прямоугольник преобразуется в другой прямоугольник с уменьшенной в $\text{tg}\alpha$ раз основательностью прямоугольника как отношением его сторон

$$\sigma = a/b,$$

закон равенства углов падения и отражения останется незыблемым, биссектральная ломаная отражений в прямоугольнике (один из углов каждого из отрезков которой с каждой из сторон прямоугольника есть $\pi/4$)

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 347/450

превратится в секущую ломаную отражений в прямоугольнике (один из углов каждого из отрезков которой с каждой из горизонтальных сторон прямоугольника составляет α , а с каждой из вертикальных сторон прямоугольника составляет $\pi/2 - \alpha$),

угловой коэффициент из

$$\operatorname{tg}(\pi/4) = 1$$

превратится в $\operatorname{tg}\alpha$,

произведение

$$\sigma\tau = (a/b)\operatorname{tg}\alpha$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 348/450

ОСНОВАТЕЛЬНОСТИ

$$\sigma = a/b$$

прямоугольника на угловой коэффициент

$$\tau = \operatorname{tg} \alpha$$

этих биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике и секущей ломаной отражений в прямоугольнике сохранится, иерархичность этих биссектральной ломаной отражений в прямоугольнике и секущей ломаной отражений в прямоугольнике сохранится,

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 349/450

КОНЕЧНОСТЬ или **бесконечность** **ЭТИХ**
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике и **секущей** ломаной
отражений в прямоугольнике сохранится,
в случае **конечности** **ЭТИХ** ломаных **общее**
количество их **отрезков** сохранится, а
длина каждого отрезка и **общая** **длина**
ломаной умножатся на

$$\cos(\pi/4)/\cos\alpha = 1/(2^{1/2}\cos\alpha),$$

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 350/450

то есть увеличатся при

$$\pi/4 < \alpha < \pi/2$$

и уменьшатся при

$$0 < \alpha < \pi/4,$$

**каждый квадрат (стороной $2^{1/2}D\{a, b'\}$ и
площадью $2D^2\{a, b'\}$) сетки, образованной
всеми самопересечениями
биссектральной ломаной отражений в
прямоугольнике, превратится в**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 351/450

соответствующей ромб сетки, образованной всеми самопересечениями секущей ломаной отражений в прямоугольнике, имеющий прежнюю горизонтальную диагональ $2D\{a, b'\}$ того квадрата и вертикальную диагональ $2D\{a, b'\}tg\alpha$, то есть умноженную на $tg\alpha$ вертикальную диагональ $2D\{a, b'\}$ того квадрата, все остатки

$$X_1, X_2, \dots, X_s$$

сохранятся.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 352/450

3. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ (НЕ)ПРЕРЫВНОСТИ ЗАДАЧ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЕ К ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ОТРАЖЕНИЯМ СЕКУЩЕЙ ВНУТРЕННЕГО УГЛА ПРЯМОУГОЛЬНИКА ЕГО СТОРОНАМИ

Определение. Задачей называется предмет, в частности система, хотя бы некоторые части, элементы и/или взаимосвязи которых являются искомыми неизвестными.

Замечание. Это определение является всеобщим и охватывает также задачи на построение как поиск предметов, в том числе

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 353/450

примеров и контрпримеров, множеств, функций, уравнений и их совместных множеств, в классической математике часто называемых их системами, дополнительно изображаемых геометрических фигур, тел и их элементов.

Определение. Задача называется непрерывной при значении её данного, если все её искомые неизвестные являются непрерывными функциями этого данного задачи при этом его значении.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 354/450

Определение. Задача называется непрерывной по её данному на множестве его значений, если все её искомые неизвестные являются непрерывными функциями этого данного задачи на этом множестве его значений.

Определение. Задача называется всюду непрерывной по её данному, если все её искомые неизвестные являются непрерывными функциями этого данного задачи при всевозможных его значениях.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 355/450

Определение. Задача называется всюду непрерывной, если все её искомые неизвестные являются непрерывными функциями всех данных задачи при всевозможных сочетаниях любых значений всех этих данных.

Определение. Задача называется разрывной при значении её данного, если хотя бы одно её искомое неизвестное является разрывной функцией этого данного задачи при этом его значении.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 356/450

Определение. Задача называется
разрывной на множестве значений её
данного, если при каждом значении
этого её данного из этого множества
его значений существует хотя бы одно
её искомое неизвестное, являющееся
разрывной функцией этого данного
задачи при этом его значении.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 357/450

Определение. Задача называется всюду разрывной по её данному, если при каждом значении этого её данного существует хотя бы одно её искомое неизвестное, являющееся разрывной функцией этого данного задачи при этом его значении.

Определение. Задача называется всюду разрывной, если при любом сочетании любых значений всех её данных существует хотя бы одно её искомое неизвестное, являющееся разрывной функцией всех данных задачи при этом сочетании значений всех её данных.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 358/450

Теорема. Задача построения и измерения секущей ломаной отражений в прямоугольнике является всюду разрывной по его длине, по его высоте, по углу наклона секущей к основанию прямоугольника, по угловому коэффициенту секущей (тангенсу угла наклона секущей к основанию прямоугольника) и по произведению отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 359/450

Доказательство.

Основная теорема доказала, в частности, следующее.

При рациональности произведения отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника) в задаче построения и измерения секущей ломаной отражений в прямоугольнике секущая ломаная конечна, то

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 360/450

ЕСТЬ ИМЕЕТ КОНЕЧНОЕ ОБЩЕЕ ЧИСЛО ЧАСТЕЙ,
КОНЕЧНОЕ ОБЩЕЕ ЧИСЛО ОТРЕЗКОВ, КОНЕЧНУЮ
ОБЩУЮ ДЛИНУ И ВСЕМИ СВОИМИ
САМОПЕРЕСЕЧЕНИЯМИ ОБРАЗУЕТ РАВНОМЕРНУЮ
РОМБИЧЕСКУЮ СЕТКУ С КОНЕЧНЫМ ОБЩИМ
КОЛИЧЕСТВОМ ОДИНАКОВЫХ РОМБОВ.

При ИРРАЦИОНАЛЬНОСТИ ПРОИЗВЕДЕНИЯ
ОТНОШЕНИЯ ДЛИНЫ ПРЯМОУГОЛЬНИКА К ЕГО
ВЫСОТЕ НА УГЛОВОЙ КОЭФФИЦИЕНТ СЕКУЩЕЙ
(тангенс угла наклона СЕКУЩЕЙ К ОСНОВАНИЮ

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 361/450

прямоугольника) в задаче построения и измерения секущей ломаной отражений в прямоугольнике секущая ломаная бесконечна, то есть имеет бесконечное множество всех частей, бесконечное множество всех отрезков и бесконечную общую длину.

Кроме того, из сколь угодно точной приближаемости любого иррационального числа рациональными числами, например

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 362/450

ПОДХОДЯЩИМИ ДРОБЯМИ ЕГО РАЗЛОЖЕНИЯ В НЕПРЕРЫВНУЮ (ЦЕПНУЮ) ДРОБЬ ИЛИ ПРИБЛИЖЕНИЯМИ В ЛЮБОЙ ПОЗИЦИОННОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ, В ЧАСТНОСТИ ДЕСЯТИЧНЫМИ ИЛИ ДВОИЧНЫМИ, СЛЕДУЕТ ПРИ ИРРАЦИОНАЛЬНОСТИ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ ДЛИНЫ ПРЯМОУГОЛЬНИКА К ЕГО ВЫСОТЕ НА УГЛОВОЙ КОЭФФИЦИЕНТ СЕКУЩЕЙ (ТАНГЕНС УГЛА НАКЛОНА СЕКУЩЕЙ К ОСНОВАНИЮ ПРЯМОУГОЛЬНИКА) В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ СЕКУЩЕЙ

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 363/450

ломаной отражений в прямоугольнике всюду
плотность в прямоугольнике секущей
ломаной отражений в нём.

Определение. Вездесущностью
(повсеместностью) множества A в
множестве B называется всюду
представленность (всюду наличие, всюду
частота, общепринятая «всюду
плотность») множества A в множестве B .

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 364/450

В любой сколь угодно малой окрестности любой длины прямоугольника независимо от того, рационально или иррационально произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника), существует бесконечное множество как длин прямоугольника, для которых произведение отношения длины прямоугольника к его

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 365/450

высоте на угловой коэффициент секущей
рационально, так и длин прямоугольника, для
которых произведение отношения длины
прямоугольника к его высоте на угловой
коэффициент секущей иррационально.

Поэтому задача построения и измерения
секущей ломаной отражений в
прямоугольнике является всюду
разрывной по его длине.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 366/450

В любой сколь угодно малой окрестности любой высоты прямоугольника независимо от того, рационально или иррационально произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника), существует бесконечное множество как высот прямоугольника, для которых произведение отношения длины прямоугольника к его

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 367/450

высоте на угловой коэффициент секущей
рационально, так и высот прямоугольника,
для которых произведение отношения длины
прямоугольника к его высоте на угловой
коэффициент секущей иррационально.

Поэтому задача построения и измерения
секущей ломаной отражений в
прямоугольнике является всюду
разрывной по его высоте.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 368/450

В любой сколь угодно малой окрестности любого угла наклона секущей к основанию прямоугольника независимо от того, рационально или иррационально произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника), существует бесконечное множество как углов наклона секущей к основанию прямоугольника,

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 369/450

для которых произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей рационально, так и углов наклона секущей к основанию прямоугольника, для которых произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей иррационально.

Поэтому задача построения и измерения секущей ломаной отражений в прямоугольнике является всюду разрывной по углу наклона секущей к основанию прямоугольника.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 370/450

**В любой сколь угодно малой окрестности
любого углового коэффициента секущей
(тангенса угла наклона секущей к основанию
прямоугольника) независимо от того,
рационально или иррационально
произведение отношения длины
прямоугольника к его высоте на угловой
коэффициент секущей, существует
бесконечное множество как угловых
коэффициентов секущей, для которых**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 371/450

**произведение отношения длины
прямоугольника к его высоте на угловой
коэффициент секущей рационально, так и
угловых коэффициентов секущей, для
которых произведение отношения длины
прямоугольника к его высоте на угловой
коэффициент секущей иррационально.
Поэтому задача построения и измерения секущей
ломаной отражений в прямоугольнике является
всюду разрывной по угловому коэффициенту
секущей.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 372/450

В любой сколь угодно малой окрестности любого произведения отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника) независимо от того, рационально или иррационально это произведение, существует бесконечное множество как

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 373/450

рациональных, так и иррациональных таких произведений.

Поэтому задача построения и измерения секущей ломаной отражений в прямоугольнике является всюду разрывной по произведению отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника).

В итоге теорема доказана полностью.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 374/450

**4. МЕТАУРОВЕНЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ (БЕС)КОНЕЧНОСТИ,
(НЕ)РАЗРЕШИМОСТИ, РАССУДКА И
РАЗУМА, ФИЛОСОФИИ И ПСИХОЛОГИИ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И ВЫБОРА ПРИ
МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМИ
ОТРАЖЕНИЯМИ СЕКУЩЕЙ
ВНУТРЕННЕГО УГЛА
ПРЯМОУГОЛЬНИКА ЕГО СТОРОНАМИ**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 375/450

На метауровне конечность и бесконечность,
всюду разрывная задача, разрешимость и
неразрешимость, простота и сложность,
лёгкость и трудность, стандартность
алгоритмического рассудка и открытия
изобретательного разума, психология
решения задачи вчувствованием,
вдумыванием и вживанием в неё, а также
однонаправленность и выбор при

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 376/450

МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ **МАТЕМАТИЧЕСКИ**
МОДЕЛИРУЮТСЯ ТЕОРИЕЙ **ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ**
ОТРАЖЕНИЙ БИССЕКТРИСЫ **ВНУТРЕННЕГО УГЛА**
ПРЯМОУГОЛЬНИКА **ЕГО** **СТОРОНАМИ** **НА**
РЕДКОСТЬ **НАГЛЯДНО** **И** **КОНКРЕТНО**, **ТО** **ЕСТЬ**
НЕ **ТОЛЬКО** **ЧЕРЕЗ** АБСТРАКТНОЕ МЫШЛЕНИЕ,
НО **И** **ЧЕРЕЗ** ЖИВОЕ СОЗЕРЦАНИЕ **И**, **ГЛАВНОЕ**,
ЧЕРЕЗ **ИМЕННО** СОБСТВЕННУЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ
ПОСТРОЕНИЯ СЕКУЩЕЙ **ЛОМАНОЙ** **ОТРАЖЕНИЙ**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 377/450

В прямоугольнике, оживляющую многие математические и прежде всего геометрические представления, задолго до появления восприимчивости к формальным определениям увлекающую даже маленьких детей и судьбоносно вовлекающую их в очаровательный мир математики как всеобщего языка жизни и науки.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 378/450

Таковы разрешимость и неразрешимость задачи построения и измерения равномерной ромбической сетки, образуемой всеми самопересечениями непременно конечной секущей ломаной отражений в прямоугольнике.

А именно, если произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника) рационально, то эта задача разрешима.

А если это произведение иррационально, то эта задача неразрешима.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 379/450

Таковы простота и сложность предмета, в частности системы, а также лёгкость и трудность задачи построения и именно непосредственного, а не косвенного по выведенным и доказанным законам, измерения секущей ломаной отражений в прямоугольнике.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 380/450

А именно, если произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника) не только рационально, но ещё и целочисленно, то секущая ломаная отражений в прямоугольнике является на редкость простой, а задача её построения и именно непосредственного, а не косвенного по выведенным и доказанным законам, измерения оказывается на редкость простой и лёгкой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 381/450

Если рациональное произведение отношения
длины прямоугольника к его высоте на
угловой коэффициент секущей (тангенс угла
наклона секущей к основанию
прямоугольника) выражается несократимой
дробью с относительно небольшой суммой
числителя и знаменателя, то секущая ломаная
отражений в прямоугольнике является простой, а
задача её построения и именно непосредственного, а
не косвенного по выведенным и доказанным
законам, измерения оказывается простой и лёгкой.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 382/450

Если рациональное произведение отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника) выражается несократимой дробью с весьма большой суммой числителя и знаменателя, то секущая ломаная отражений в прямоугольнике является весьма

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 383/450

СЛОЖНОЙ, а задача её построения и именно
непосредственного, а не косвенного по
выведенным и доказанным законам,
измерения оказывается весьма сложной и
трудной, однако эта задача измерения
сильно упрощается при переходе к
косвенному измерению по выведенным и
доказанным законам.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 385/450

**Открытия изобретательного разума
математически моделируются задачей
именно косвенного (по выведенным и
доказанным законам) измерения в теории
последовательных отражений секущей
внутреннего угла прямоугольника его
сторонами, причём выводились эти
законы на редкость наглядно и
конкретно.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 386/450

**Психология решения задачи вчувствованием,
вдумыванием и вживанием в неё
математически моделируется ограничением
рассмотрения внутренностью прямоугольника,
сосредоточением внимания на ней и самим
непосредственным ходом секущей ломаной
отражений в прямоугольнике в теории
последовательных отражений секущей
внутреннего угла прямоугольника его
сторонами на редкость наглядно и конкретно.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 387/450

**Однонаправленность отдельной секущей
ломаной отражений в прямоугольнике на
метауровне математически моделирует:**

1) прямолинейность, полное отсутствие гибкости и даже неповоротливость, пренебрежение обратной связью, невзирая на ход, промежуточные и окончательные итоги деятельности, догматизм, бессмысленное упрямство, битьё лбом о стенку, подмену цели, чрезвычайно вредные при решении многих жизненных и научных задач;

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 388/450

**2) чрезвычайно полезные
целеустремлённость, неуклонное
следование судьбе и призванию,
силу воли, постоянство, стойкость,
устойчивость, прочность,
надёжность, определённость,
предсказуемость, наращиваемость.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 389/450

Многонаправленность совокупности

всевозможных секущих ломанных

отражений в прямоугольнике на

метауровне математически моделирует:

многонаправленность, многовекторность,

многовариантность, многогранность,

многосторонность, многозадачность,

всеохватность, всепроникаемость,

поворотливость, избирательность,

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 390/450

гибкость при выборе прямолинейного направления, нацеленность на успех, возможность и готовность настройки, приспособления, самообучения, развития, учёта обратной связи, хода, промежуточных и окончательных итогов деятельности, чрезвычайно полезные при решении многих жизненных и научных задач.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 391/450

Задача о секущей ломаной отражений в прямоугольнике на метаметауровне чрезвычайно поучительна, учит основанной на чувстве меры мудрой разумности с критерием уверенного наилучшего выбора ни в коем случае не импульсивных сиюминутных эмоциональных своекорыстных, а посылно предельно глубоко продуманных и прочувствованных непременно общественно полезных именно долговременных решений.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 392/450

Пример. В задаче о секущей ломаной отражений в прямоугольнике ключевую роль играет математическая рациональность равного отношению положительных целых чисел произведения отношения длины прямоугольника к его высоте на угловой коэффициент секущей (тангенс угла наклона секущей к основанию прямоугольника). А в жизни желанна и полезна жизненная целительность, положительность и рациональность различных сторон жизни как разумность соотношений:

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 393/450

времён на занятия различными видами деятельности с учётом их желанности и полезности; итогов деятельности и трудозатрат; цен и полезности товаров.

Пример. В задаче о секущей ломаной отражений в прямоугольнике создан и используется трёхуровневый иерархический анализ. С возможным изменением количества уровней он чрезвычайно полезен и в жизни для упорядочения текущего, долговременного и судьбоносного.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 394/450

Пример. В задаче о секущей ломаной отражений в прямоугольнике секущая наталкивается на ограничения его сторонами. Деятельность наталкивается на ограничения сторонами жизни.

Пример. В задаче о секущей ломаной отражений в прямоугольнике они взаимосвязаны, закономерны, последовательны и соответствуют логике задачи и её решения. Хорошо, если жизненные

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 395/450

решения и действия взаимосвязаны, закономерны, последовательны и соответствуют логике жизни и её сотворения. Пример. В задаче о секущей ломаной отражений в прямоугольнике каждому её отрезку свойственна прямизна как кратчайший путь к цели. Хорошо, если жизненные решения и действия являются именно целеустремлёнными.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 396/450

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, созданы общие теории произвольных предметных единичности, множительности, целости, кратности, делимости, упорядоченности и систем координат с действиями над предметами и числами. Введены наибольшие общие делящие и наименьшие общие кратные предметы, меры и многомерные прямоугольные параллелепипеды с обобщением наибольших общих делителей и наименьших общих кратных. На основе трёхуровневого иерархического анализа создана

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 397/450

общая теория конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами. Эта общая теория не только обобщает теорию конечных и бесконечных последовательных отражений биссектрисы внутреннего угла прямоугольника его сторонами, но и неравноосными растяжениями плоскости выводится из этой теории. Открыты явления и доказанные теоремами законы конечной при соизмеримости и бесконечной при несоизмеримости основания прямоугольника и его

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 398/450

ВЫСОТЫ, делённой на тангенс угла между ЭТИМ основанием и секущей угла, секущей ломаной отражений в прямоугольнике, её конечной обратимости, неповторяемости, непротивоходности, невозвратимости и завершения в отличных от исходной вершинах прямоугольника, частичных, а при конечности секущей ломаной отражений в прямоугольнике и полных её общего числа отрезков и общей длины вместе с единым размером и общим количеством ромбов равномерной сетки, образованной всеми самопересечениями секущей

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 399/450

ломаной отражений в прямоугольнике. В общей теории (не)прерывности задач доказаны всюду разрывность задачи о секущей ломаной отражений в прямоугольнике и её вездесущность (повсеместность, всюду представленность, всюду наличие, всюду частота, общепринятая «всюду плотность») в нём в случае её бесконечности. На метауровне математически моделируются выбор при многонаправленности, конечность и

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 400/450

бесконечность, всюду разрывная задача, разрешимость и неразрешимость, простота и сложность, лёгкость и трудность, стандартность алгоритмического рассудка и открытия изобретательного разума, психология решения задачи вчувствованием, вдумыванием и вживанием в неё.

Общая теория конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 401/450

сторонами основана на законах упругого соударения в механике и на законах отражения света в оптике и поэтому может представить интерес для математики и физики с механикой и оптикой, а также для педагогики средней и высшей школы, в том числе для специализированных классов, гимназий, лицеев, университетов, аспирантур, для предметных олимпиад и вообще для решения нестандартных задач, включая самостоятельное, в целях творческого развития будущих учёных.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 402/450

Представляется весьма целесообразным дальнейшее развитие общей теории конечных и бесконечных последовательных отражений секущей внутреннего угла прямоугольника его сторонами, в частности применительно к другим типам многоугольников, криволинейным фигурам, многогранникам и пространственным телам произвольных форм, в том числе в математических пространствах произвольных размерностей.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 403/450

БИБЛИОГРАФИЯ

- 1. Александров П. С., Маркушевич А. И., Хинчин А. Я. Энциклопедия элементарной математики в 5 книгах. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951–1966.**
- 2. Альтшуллер Г. С. Алгоритм изобретения. М.: Московский рабочий, 1969. 272 с.**
- 3. Альтшуллер Г. С. Как научиться изобретать. Тамбов: Тамбовское книжное изд-во, 1961. 128 с.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 404/450

4. Альтшуллер Г. С. Основы изобретательства. Воронеж: Центрально-черноземное книжное издательство, 1964. 238 с.

5. Амосов Н. М. Искусственный разум. Киев: Наукова думка, 1969. 153 с.

6. Амосов Н. М. (ред.) Кибернетика и живой организм. Киев: Наукова думка, 1964. 117 с.

7. Амосов Н. М. Моделирование сложных систем. Киев: Наукова думка, 1968. 81 с.

8. Арбиб М. Мозг, машина и математика / пер. с англ. М.: Наука, 1968. 224 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 405/450

9. Асмус В. Ф. Логика. М.: Государственное издательство политической литературы (ОГИЗ), 1947. 387 с.

10. Асмус В. Ф. Проблема интуиции в философии и математике (Очерк истории: XVII – начало XX в.). М.: Мысль, 1965. 312 с.

11. Асмус В. Ф. Учение логики о доказательстве и опровержении. М.: Государственное издательство политической литературы, 1954. 88 с.

12. Бакрадзе К. С. Логика. Тбилиси: Изд-во Тбилис. ун-та им. Сталина, 1951. 456 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 406/450

13. Бахман Ф. Построение геометрии на основе понятия симметрии. М.: Наука, 1969. 380 с.

14. Беккенбах Э., Беллман Р. Неравенства. М.: Мир, 1965. 276 с.

15. Берман Г. Н. Счёт и число. Как люди учились считать. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. 36 с.

16. Берман Г. Н. Число и наука о нём. Общедоступные очерки по арифметике натуральных чисел. М.: Государственное

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 407/450

издательство технико-теоретической литературы, 1954. 164 с.

17. Боголюбов Н. Н. Мергелян С. Н. Советская математическая школа. М.: Знание, 1967. 65 с.

18. Борель Э. Вероятность и достоверность. М.: Наука, 1969. 110 с.

19. Ботвинник М. М. Алгоритм игры в шахматы. М.: Наука, 1968. 94 с.

20. Ботвинник М. М. О кибернетической цели игры. М.: Советская радио, 1955. 120 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 408/450

21. Брадис В. М., Минковский В. Л., Харчева А. К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1959. 178 с.

22. Бугулов Е. А., Толасов Б. А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам. Орджоникидзе: Северо-Осетинское книжное изд-во, 1962. 226 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 409/450

23. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1963. 292 с.

24. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969. 328 с.

25. Винер Н. Кибернетика, или Управление и связь в животном и машине. 2-е изд. М.: Советское радио, 1968. 201 с.

26. Винер Н. Я – математик. М.: Наука, 1964. 354 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 410/450

27. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. 180 с.

28. Виноградов С. Н., Кузьмин А. Ф. Логика. 8-е изд. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1954. 176 с.

29. Воробьёв Н. Н. Признаки делимости. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 72 с.

30. Воробьёв Н. Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука, 1969. 112 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 411/450

31. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в Древнем мире. Изд. 2-е, испр. и доп. М.: Наука, 1967. 320 с.

32. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1964. 872 с.

33. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. М.: Наука, 1966. 424 с.

34. Гагарин Ю. А., Лебедев В. И. Психология и космос. М.: Молодая гвардия, 1968. 208 с.

35. Галилей Г. Избранные труды: в 2 т. М.: Наука, 1964.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 412/450

36. Гарднер М. Этот правый, левый мир. М.: Мир, 1967. 267 с.

37. Гаусс К. Ф. Труды по теории чисел / перевод Б. Б. Демьянова, общая редакция И. М. Виноградова, комментарии Б. Н. Делоне. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1959. 979 с.

38. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе / пер. с англ. Б. И. Голубова. М.: Мир, 1967. 252 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 413/450

39. Генкин Л. О математической индукции. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 36 с.

40. Гильберт Д. Основания геометрии / перевод с седьмого немецкого издания И. С. Градштейна; под редакцией и со вступительной статьёй П. К. Рашевского. М.; Л.: ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. 491 с.

41. Глушков В. М. Введение в кибернетику. Киев: Изд-во АН УССР, 1964. 324 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 414/450

42. Гнеденко Б. В. Очерки по истории математики в России. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1946. 246 с.

43. Головина Л. И., Яглом И. М. Индукция в геометрии. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 100 с.

44. Горский Д. П. Вопросы абстракции и образование понятий. М.: Издательство Академии наук СССР, 1961. 352 с.

45. Горский Д. П. Логика. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1958. 292 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 415/450

46. Градштейн И. С. Прямая и обратная теоремы. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 80 с.

47. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. 4-е, перераб. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 1100 с.

48. Гутчин И. Б. Кибернетические модели творчества. М.: Знание, 1969. 64 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 416/450

49. Декарт Р. Избранные произведения = Oeuvres choisies. М.: Государственное издательство политической литературы, 1950. 712 с.

50. Декарт Р. Рассуждение о методе. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1953. 655 с. (Серия: Классики науки).

51. Депман И. Я. История арифметики. Пособие для учителей. 2-е изд., испр. М.: Просвещение, 1965. 416 с.

52. Депман И. Я. Рассказы о математике. Л.: Детгиз, 1957. 142 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 417/450

53. Дедман И. Я. Рассказы о решении задач. Л.: Детская литература, 1957. 127 с.

54. Доморяд А. П. Математические игры и развлечения. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 267 с.

55. Дорофеев Г. В., Потапов М. К., Розов Н. Х. Краткое пособие по математике для поступающих в Московский университет. М.: изд-во МГУ, 1964. 209 с.

56. Дринфельд Г. И. Дополнения к общему курсу математического анализа. Харьков: Изд-во

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 418/450

Харьковского государственного университета им. А. М. Горького, 1958. 115 с.

57. Дринфельд Г. И. Трансцендентность чисел π и e . Харьков: Изд-во Харьковского государственного университета им. А. М. Горького, 1952. 76 с.

58. Дубнов Я. С. Измерение отрезков. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 100 с.

59. Дубнов Я. С. Ошибки в геометрических доказательствах. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 72 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 419/450

60. Збірник задач республіканських математичних олімпіад / В. І. Михайловський, М. Й. Ядренко, Г. Й. Призва, В. А. Вишенський; за заг. ред. доц. В. І. Михайловського. К.: Вища школа, 1969. 120 с.

61. Зельдович Я. Б. Высшая математика для начинающих и её приложения к физике. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 560 с.

62. Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1967. 648 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 420/450

63. Калужнин Л. А. Основная теорема арифметики.

М.: Наука, 1969. 32 с.

64. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближённые

методы высшего анализа. 5-е изд. М.; Л.:

Государственное издательство физико-

математической литературы, 1962. 708 с.

65. Катлер Э., Мак-Шейн Р. Система быстрого счёта

по Трахтенбергу. М.: Просвещение, 1967. 134 с.

66. Клини С. Введение в метаматематику. М.:

Государственное издательство иностранной

литературы, 1957. 526 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 421/450

67. Кобринский Н. Е., Пекелис В. Д. Быстрее мысли. М.: Молодая гвардия, 1963. 475 с.

68. Колмогоров А. Н. О профессии математика. М.: МГУ, 1959. 30 с.

69. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968. 496 с.

70. Кольман Э. Я. История математики в древности. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 235 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 422/450

71. Кольман Э., Зих О. Занимательная логика. М.: Наука, 1966. 128 с.

72. Кондаков Н. И. Введение в логику. М.: Наука, 1967. 467 с.

73. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 576 с.

74. Кордемский Б. А., Русалев Н. В. Удивительный квадрат. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. 160 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 423/450

75. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.

76. Крайзмер Л. П. Техническая кибернетика. М.; Л. Государственное энергетическое издательство, 1958. 82 с.

77. Кречмар В. А. Задачник по алгебре. М.: Наука, 1964. 388 с.

78. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1968. 432 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 424/450

79. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика. Элементарный очерк идей и методов / перевод с английского под редакцией А. Н. Колмогорова. М.: Государственное издание технико-теоретической литературы, 1947. 664 с.

80. Курош А. Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней. М.; Л.: Государственное издание технико-теоретической литературы, 1961. 32 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 425/450

81. Лакатос И. Доказательства и опровержения. Как доказываются теоремы / пер. с англ. И. Н. Веселовского. М.: Наука, 1967. 152 с.

82. Ланге В. Н. Физические парадоксы, софизмы и занимательные задачи. М.: Просвещение, 1967. 168 с.

83. Лебег А. Интегрирование и отыскание примитивных функций / пер. и ред. проф. Н. К. Бари; доп. статьи акад. Н. Н. Лузина. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1934. 325 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 426/450

84. Лебег А. Об измерении величин. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1960. 204 с.

85. Лейтес Н. С. Об умственной одарённости. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. 216 с.

86. Литлвуд Дж. Математическая смесь / пер. с англ. Изд. 2, стереот. М.: Наука, 1965. 150 с.

87. Литцман В. Весёлое и занимательное о числах и фигурах. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 264 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 427/450

88. Литцман В. Где ошибка? М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 192 с.

89. Литцман В. Старое и новое о круге. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 60 с.

90. Литцман В. Теорема Пифагора. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 116 с.

91. Маковельский А. О. История логики. М.: Наука, 1967. 504 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 428/450

92. Маркс К. Математические рукописи. М.: Наука, 1968. 640 с.

93. Медведев Ф. А. Развитие теории множеств в XIX веке. М.: Наука, 1965. 231 с.

94. Метельский Н. В. Очерки истории методики математики. Минск: Вышэйшая школа, 1968. 340 с.

95. Михеева А. В. и др. Словарь-минимум для чтения научной литературы на английском языке. М.: Наука, 1969. 138 с.

96. Молодший В. Н. Основы учения о числе в XVIII веке. М.: Государственное учебно-педагогическое

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 429/450

издательство Министерства просвещения РСФСР, 1953. 180 с.

97. Нагибин Ф. Ф. Математическая шкатулка. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1958. 168 с.

98. Начала Евклида. Перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии И. Н. Веселовского и М. Я. Выгодского. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949–1951.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 430/450

99. Нивен А. Числа рациональные и иррациональные / пер. с англ. В. В. Сазонова; под ред. И. М. Яглома. М.: Мир, 1966. 199 с.

100. Ньютон И. Всеобщая арифметика, или Книга об арифметических синтезе и анализе. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1948. 444 с. (Классики науки).

101. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / пер. с латин. с примечаниями и пояснениями А. Н. Крылова // А.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 431/450

**Н. Крылов. Собрание трудов. Т. VII. М.; Л.:
Издательство Академии Наук СССР, 1936. 696 с.**

**102. Ньютон И. Математические работы / пер. с лат.,
вводная статья и комментарии Д. Д. Мордухай-
Болтовского. М.; Л.: ОНТИ, 1937. 478 с. (Классики
естествознания).**

**103. Оре О. Графы и их применение. М.: Мир, 1965.
175 с.**

**104. Островский А. М. Решение уравнений и систем
уравнений / пер. с англ. Л. З. Румынского, Б. Л.**

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 432/450

Румынского. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1963. 383 с.

105. Пархоменко А. С. Что такое линия. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 140 с.

106. Перельман Я. И. Живая математика. М.: Наука, 1967. 160 с.

107. Перельман Я. И. Занимательная арифметика: загадки и диковинки в мире чисел. Изд. 9-е. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 190 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 433/450

108. Перельман Я. И. Занимательная геометрия. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 206 с.

109. Петер Р. Игра с бесконечностью / перевод с венгерского В. М. Боцу, А. Я. Маргулиса, А. Ш. Мейлихзона. М.: Просвещение, 1967. 272 с.

110. Пойа Д. Как решать задачу: пособие для учителя / пер. с англ. В. Г. Звонаревой и Д. Н. Белла; под ред. Ю. М. Гайдука. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1959. 208 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 434/450

111. Пойа Дж. Математика и правдоподобные рассуждения / пер. с англ.; под ред. С. А. Яновской. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1957. 536 с.

112. Попов П. С. История логики Нового времени. М.: Издательство Московского университета, 1960. 254 с.

113. Постников М. М. Магические квадраты. М.: Наука, 1964. 84 с.

114. Преподавание математики: пособие для учителей / Ж. Пиаже, Э. Бет, Ж. Дьедонне, А.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 435/450

Лихнерович, Г. Шоке, К. Гаттеньо; перевод с французского А. И. Фетисова. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1960. 161 с.

115. Радемахер Г., Тёплиц О. Числа и фигуры. Опыты математического мышления / пер. с нем. В. И. Контова; под редакцией И. М. Яглома. 2-ое издание. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 264 с. (Серия «Библиотека математического кружка»).

116. Рыбников К. А. История математики. Т. 1. М.: Изд-во МГУ, 1960. 190 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 436/450

117. Рыбников К. А. История математики. Т. 2. М.: Изд-во МГУ, 1963. 336 с.

118. Сборник задач московских математических олимпиад / сост. А. А. Леман; ред. В. Г. Болтянский. М.: Просвещение, 1965. 384 с.

119. Серпинский В. 250 задач по элементарной теории чисел. М.: Просвещение, 1968. 168 с.

120. Серпинский В. О решении уравнений в целых числах / перевод с польского И. Г. Мельникова. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 88 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 437/450

121. Серпинский В. О теории множеств / перевод с польского З. З. Рачинского. М.: Просвещение, 1966. 62 с.

122. Серпинский В. Пифагоровы треугольники. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1959. 112 с.

123. Серпинский В. Что мы знаем и чего не знаем о простых числах. М.; Л.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 92 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 438/450

124. Соминский И. С. Метод математической индукции. М.: Наука, 1965. 58 с. Серия: Популярные лекции по математике.

125. Соминский И. С., Головина Л. И., Яглом И. М. О математической индукции. М.: Наука, 1967. 144 с.

126. Стинрод Н., Чинн У. Первые понятия топологии. Геометрия отображений отрезков, кривых, окружностей и кругов. М.: Мир, 1967. 224 с.

127. Столл Р. Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. М.: Просвещение, 1968. 231 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 439/450

128. Столяр А. А. Как мы рассуждаем? Минск: Нар. асвета, 1968. 112 с.

129. Столяр А. А. Логические проблемы преподавания математики. Минск: Вышэйшая школа, 1965. 254 с.

130. Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948. 327 с.

131. Трахтенброт Б. А. Алгоритмы и машинное решение задач. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. 96 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 440/450

132. Тьюринг А. М. Может ли машина мыслить / перевод с англ. Ю. А. Данилова. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 67 с.

133. Уёмов А. И. Задачи и упражнения по логике. М.: Высшая школа, 1961. 355 с.

134. Уёмов А. И. Логические ошибки: как они мешают правильно мыслить. М.: Государственное издательство политической литературы, 1958. 120 с.

135. Улам С. Нерешённые математические задачи. М.: Наука, 1964. 168 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 441/450

136. Успенский В. А. Треугольник Паскаля. М.: Наука, 1966. 36 с.

137. Феликс Л. Элементарная математика в современном изложении. М.: Просвещение, 1967. 488 с.

138. Хаусдорф Ф. Теория множеств / перевод с немецкого Н. Б. Веденисова; под редакцией и с дополнениями проф. П. С. Александрова и проф. А. Н. Колмогорова. М.; Л.: Объединённое научно-техническое издательство НКТП СССР, 1937. 306 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 442/450

139. Хинчин А. Я. Цепные дроби. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 112 с.

140. Хованский А. Н. Приложения цепных дробей и их обобщений к вопросам приближённого анализа. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. 204 с.

141. Холл М. Комбинаторный анализ. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1963. 99 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 443/450

142. Чистяков В. Д. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями. Минск: Изд-во Мин. высшего, средн. спец. и проф. обр. БССР, 1962. 204 с.

143. Чистяков В. Д. Три знаменитые задачи древности. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1963. 95 с.

144. Шаскольская М. П., Эльцин И. А. Сборник избранных задач по физике. 2-е изд. М.: Физматгиз, 1959. 208 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 444/450

145. Швец М. Н. О приближённых числах. Киев: Радянська школа, 1968. 127 с.

146. Шилов Г. Е. Простая гамма. Устройство музыкальной шкалы. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 20 с.

147. Шилов Г. Е., Гуревич Б. Л. Интеграл, мера и производная (общая теория). М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1967. 220 с. Дарственная надпись: «Гелимсону Льву за успехи на IX Республиканской Олимпиаде юных

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 445/450

математиков. Председатель Жюри профессор Николай Алексеевич Давыдов. Ужгород, 30 марта 1969 года.» Занято третье место.

148. Шиханович Ю. А. Введение в современную математику. Начальные понятия. М.: Наука, 1965. 376 с.

149. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 1. Арифметика и алгебра. М.: Наука, 1965. 455 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 446/450

150. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 2. Геометрия (планиметрия). М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. 380 с.

151. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 3. Геометрия (стереометрия). М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 267 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 447/450

152. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. 150 с.

153. Шустеф Ф. М., Фельдман А. М., Гуревич В. Ю. Сборник олимпиадных задач по математике. Минск, Учпедгиз БССР, 1962. 84 с.

154. Эйлер Л. Письма к учёным. М.; Л.: Издательство Академии Наук СССР, 1963. 400 с.

155. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1959. 432 с.

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 448/450

156. Эшби У. Р. Конструкция мозга. Происхождение адаптивного поведения. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1962. 399 с.

157. Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 315 с.

158. Яглом И. М. Необыкновенная алгебра. М.: Наука, 1968. 72 с.

159. Яглом И. М., Яглом А. М. Неэлементарные задачи в элементарном изложении. Задачи по комбинаторике и теории вероятностей. Задачи из разных областей математики. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 544 с.

**Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ
 ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ,
 ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ
 СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 449/450
 CONTRIBUTOR'S PROFILE & ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ**

Name	Gelimson Lev Grigorevic, literary and artistic pseudonym Leo Himmelsohn
Ф.И.О. (полностью)	Гелимсон Лев Григорьевич, литературно-художественный псевдоним Лео Гимельзон
Degree Current position	Ph. D. & Dr. Sc. in Engineering in the section “Physical and Mathematical Sciences” by the Highest Attestation Commission Classifier Director Director, Producer, Literary and Artistic Manager
Учёная степень Должность	доктор технических наук в разделе «Физико-математические науки» по Классификатору Высшей Аттестационной Комиссии директор директор, продюсер и литературно-художественный руководитель

Ph. D. & Dr. Sc. LEV GRIGOREVIC GELIMSON: ОБЩИЕ ТЕОРИИ ПРЕДМЕТНЫХ ЕДИНИЧНОСТИ, МНОЖИТЕЛЬНОСТИ, ЦЕЛОСТИ, КРАТНОСТИ, ДЕЛИМОСТИ, ПОРЯДКА И КООРДИНАТ, ОТРАЖЕНИЙ СЕКУЩЕЙ УГЛА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ СТОРОНАМИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫБОРА ПРИ МНОГОНАПРАВЛЕННОСТИ 450/450

Institutional affiliation	Academic Institute for Creating Universal Sciences, Munich, Germany Multilingual Literary and Musical Theater, Munich, Germany
Место работы	Академический институт создания всеобщих наук, Многоязычный литературно-музыкальный театр, Мюнхен, Германия
e-mail, эл. почта	Leohi@mail.ru
Postal address Почтовый адрес	Ph. D. & Dr. Sc. Lev Gelimson, Westendstrasse 68, D-80339 Munich, Germany
Science Index (SPIN)	8046-6818
Scopus ID	6505889792
Researcher ID	R-5007-2016
ORCID ID	0000-0003-0627-84