# General Estimation Theory
# 一般的な評価論

**by**

そばに

**© Leo Himmelsohn**

**© レオHimmelsohn**

**Second Edition (2001)**
第**2**のエディション**(2001)**

**The “Collegium” International Academy of Sciences Publishers**
「委員会」インターナショナル**Academy**
の科学出版者

**First Edition (2000)**
最初のエディション**(2000)**

Urgent scientific and life problems demand development of modern estimation methods [1, 2]. The concept of approximate solutions does not cover inexact pseudo-solutions. Absolute errors are not invariant measures of accuracy. Relative errors are used only for equalities of exact values to their approximations and become indefinite and inadequate if the ratio of the sides of the equality is not close to 1.
緊急の科学的なおよび生命問題は、最新の評価方法［1、2］の開発を要求します。およその解決の概念は、不正確な偽解決をカバーしません。絶対のエラー
は、正確さの不変の計測でありません。平等の側の比率が約1でないならば、相対的なエラーが彼らの近いものに正確な価値の
equalitiesだけのために使われて、明確でなくて不十分になります。

Estimation methods must be based on the intercommunicated concepts of sets and numbers. But the Cantor's concept [3, 4] of sets ignores multiplicities of their elements, identifies essentially different sets, and gives indefinite numbers of elements and other functions of sets especially if they involve closely spaced elements not exactly known, although the multiplicities of solutions of polynomials are used in algebra. So it is necessary to consider generalized sets with taking the multiplicities of their elements into account. And the known numbers are insufficient to construct sensitive estimations and need their replenishment.
評価方法は、セットと数の相互に通じられた概念に基づかなければなりません。しかし、セットのカントールの概念［3、4］は、多数の彼らの要素を無視し
て、基本的に異なるセットを特定して、多項式の解決の多様性が代数学で使われるが、特に彼らが必ずしも知られていない密接に間隔をあけられた要素を含むな
らば、要素の不明確な数とセットの他の機能を伝えます。それで、それは彼らの要素の多様性を考慮に入れることで分化していないセットを考慮するのに必要で
す。そして、既知の数は、敏感な評価を造って、彼らの補充を必要とするには不十分です。

Let $\nu: x \to \nu x$ be a numerical function (functional), whose domain of definition includes all sets of some type, whose values are some generalized numbers of the elements of sets, and which satisfies the following basic axioms:
nとしてください： x
nxは明確さの領域が若干のタイプの全セットを含む数の機能（機能的な）です。そして、価値はセットの若干の分化していない数の要素で、そして、以下の基 本的な原理を満たす：

1) if a set $x$ consists of one element only, $\nu x = 1$;
1）セットされたxが1から成るならば、要素、nx = 1だけ;

2) the estimation function $\nu$ is quite additive:
2）評価機能n 非常に添加物です：

$$\nu \cup_{\alpha \in A} G_\alpha = \sum_{\alpha \in A} \nu G_\alpha$$

where $G_\alpha$ – any generalized set indexed by $\alpha$ in Cantor set A having any cardinality.
そこでGa –
流行のカントールによってインデックスを付けられるどんな分化していないセットでも、どんな基数でも持っているAをセットしました。

It can be rigorously proved that for the empty set $\varnothing$,
それは、空のセットのためのそれということを厳しく証明されることができます、

$$\nu\varnothing = 0,$$

for any finite set,
どんな有限セットのためにでも、

$$\nu\{a_1, a_2, \ldots , a_n\} = n,$$

and for any set if one element is added to or is withdrawn from $x$, $\nu x$ is increased or decreased by 1, respectively. This is known only for finite sets because it is considered that any cardinality is absorbed by a

greater infinite one although it is not true for ordinal numbers [3, 4]. In particular, if N is the Cantor set of all the natural numbers (positive integers) and it is designated that $\nu N = \infty_N$,
そして、1つの要素が増されるか、xから引っ込められるならば、どんなセットのためにでも、それぞれ、nxは1時までに増減されます。それが序数詞［3、4］にとって真実でないがどんな基数でもより偉大な無限の人に夢中であると考えられるので、これは有限セットだけで知られています。特に、Nがすべての自然数（正整数）とそれの配置されるカントールであるかどうかは、そのnN = \Nと称されます、

$$\infty_N + 1 > \infty_N.$$

If N′ is some subset of N and there exists such a (fractional) number $\mu_{N'}$ and such infinite subseries $n_k$ in N that for every $k$
N
ならば』、いくつかがNのサブセットです、そして、そのような（わずかな）数mNが、存在する』とてもあらゆるkのためのNでその他無限の subseries nk

$$\nu(N' \cap \{ 1, 2, ... , n_k\}) = \mu_{N'} n_k$$

then N' is called fractionally numerable and it is designated that $\nu N' = \mu_{N'}\infty_N$.
そしてN』はわずかに数えられると言われます、そして、それはそのnNと称されま す』=mN\N。

If N' is the former and N'' is such a subset of N that the both differences N'' \ N' and N' \ N'' [3, 4] are finite, N'' is called finitely fractionally numerable and it is designated that
Nならば』、前者とNである」Nのそのようなサブセットが、それである両方の違いN」\ N』とN』\ N」［3、4］は、定形です、N」わずかに数えられて制限的に言います、そして、それがそれと称されます

$$\nu N'' = \nu N' + \nu(N'' \setminus N') - \nu(N' \setminus N'').$$

(But there also exist other types of subsets of N, for example,
（しかし、また、たとえば、Nの他のタイプのサブセットが、存在します

$$\{11, 12, \ldots, 100, 1001, 1002, \ldots, 10000, \ldots, 10^{2n-1} + 1, 10^{2n-1} + 2, \ldots, 10^{2n}, \ldots\}).$$

Let us then designate
それから示そう

$$1/\infty_N = 0^+,$$

$$0 - 0^+ = 0^-,$$

$$(0^+)^\rho = 0^{\rho+},$$

$$r + 0^{\rho+} = r^{\rho+},$$

$$r - 0^{\rho+} = r^{\rho-}$$

where $\rho > 0$, $r$ – usual real numbers or infinities.
そこでr > 0、r – 普通の実数または無限。

So every real number (or infinity) represents the infinite set of generalized real numbers (R+ is the set of such positive numbers)
あらゆる実数（または無限）が分化していない実数の無限のセットを表すように、(R+は、そのような正数のセットです)

$$[_{\rho \in R+} r^{\rho-}] \cup \{r\} \cup [_{\rho \in R+} r^{\rho+}],$$

which is intuitively used in limits and improper integrals and allows to obtain sensitive estimations having some parameters (for example, weights) $0^+$ instead of 0. Besides that, only such generalized numbers provide expressing probability densities and distribution functions in uniform distributions over sets of infinite measures. And such distribution functions can be depicted not in Euclidean but Lobachevskian geometry that is therefore connected with probability theory by the theory of generalized numbers.
そしてそれは限度と異常積分で直観的に使われて、0の代わりに若干のパラメータ（たとえば重さ）がある敏感な評価に0+を得させるために許します。それの
他に、そのような分化していない数だけは、無限の処置のセットの上に均一な分布で確率密度と分布関数を表すことを提供します。そして、そのような分布関数
は、したがって、分化していない数の理論によって確率論と関係があるLobachevskianジオメトリー以外はユークリッドのもので表されることがで きません。

The least upper and the greatest lower bounds [5] on any ordered set *M* are still less sensitive for estimation than the known sets and numbers. So it is necessary to introduce some generalized bounds.
全く高い方の部分と少しの順序集合Mの下限［5］も、評価のために、既知のセットと数よりまだ敏感でありません。それで、それは若干の分化していない境界 を持ち出すのに必要です。

The generalized least upper bound **sup** *M* is the generalized set of the usual least upper bounds on generalized subsets of *M* reduced from above and is numerically equal to the usual sup *M*.
全身性最小上界は、Mをすすります普通の最小上界の分化していないセットが上から減らされるMの分化していないサブセットの上にあります、そして、普通の
ものと数値的に等しいですMをすすります。

The generalized greatest lower bound **inf** *M* is the generalized set of the usual greatest lower bounds on generalized subsets of *M* reduced from below and is numerically equal to the usual inf *M*.
分化していない下限inf

Mは、下から減らされるMの分化していないサブセットの普通の下限の分化していないセットで、普通のinf
Mと数値的に等しいです。

All these generalizations have a deep analogy and allow to propose some effective estimation methods.
すべてのこれらの一般化は深い類似を持ちます、そして、若干の効果的評価方法を提案させ ておいてください。

The method [6] to determine the hypererror
hypererror を決定する方法［6］

$$\delta = |a - b| / (|a| + |b|)$$

of a formal (true or false) numerica1 equality $a =? b$ can be naturally generalized to any functional equality or equation in some linear normed space and to such combined equalities or equations. Let us consider the equation
形式的（本当であるか間違った）numerica1平等の=？bは、若干の線形ノルム空間のどんな機能的な平等または方程式にでも、そして、そのような合 同の
equalitiesまたは方程式に自然に一般化されることができます。方程式を考慮しよう

$$L_\lambda[_{\varphi\in\Phi}\ f_\varphi[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]] = 0\ (\lambda\in\Lambda)\ (1)$$

where
どこで

$L_\lambda$ – a given operator having an index $\lambda$ from a set $\Lambda$;
$L_\lambda$ – インデックスがある所定のオペレーター l
セットされたLから;

$f_\varphi$ – an unknown desired function having an index $\varphi$ from a set $\Phi$;
$f_\varphi$ –
未知数は、セットされたFからインデックスjを持っている機能を希望しました;

$z_\omega$ – an independent variable having an index ω from a set Ω;
$z_\omega$ – セットされたWからインデックスwを持っている独立変数;

$[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$ – a set of indexed elements.
$[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$ – 一組のインデックスを付けられた要素。

The local hypererror may be defined by the formula
ローカルhypererrorは、公式によって定義されるかもしれません

$$\delta_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] =$$

$$\boldsymbol{\alpha}_\lambda \, ||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda \,/$$

$$(||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda + \alpha_\lambda \, ||L_\lambda''[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda) +$$

$$\boldsymbol{\beta}_\lambda \, ||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega||_\lambda \,/$$

$$(|||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]|||_\lambda + \beta_\lambda \, |||L_\lambda''[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]|||_\lambda) +$$

$$\boldsymbol{\gamma}_\lambda \, ||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda \,/$$

$$(\mathbf{sup}\, ||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda + \gamma_\lambda \, \mathbf{sup}\, ||L_\lambda''[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda)$$

(2)

where
どこで

$\boldsymbol{\alpha}_\lambda$ , $\boldsymbol{\beta}_\lambda$ , $\boldsymbol{\gamma}_\lambda$ – generalized positive numbers, their sum be equal to 1;
$\boldsymbol{\alpha}_\lambda$ , $\boldsymbol{\beta}_\lambda$ , $\boldsymbol{\gamma}_\lambda$ –
正数を一般化します、彼らの金額は、1と等しいです;

$\alpha_\lambda$ , $\beta_\lambda$ , $\gamma_\lambda$ – generalized positive numbers;
$\alpha_\lambda$ , $\beta_\lambda$ , $\gamma_\lambda$ – 分化していない正数;

$L_\lambda$'$[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]$ – the left-hand side of (1) as a direct (not composite) function of the independent variables;
$L_\lambda$'$[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]$ –
独立変数のダイレクト（合成でない）機能としての(1)の左側;

the both **sup** are taken in the domain of definition $z_\lambda$ of the equation;
両方のすすります方程式の定義$z_\lambda$の領域でします;

$\|L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]\|\|_\lambda$ – the usual least upper bound on the norm of $\|L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]\|_\lambda$ when all possibly different isometric (conserving the norms) transformations even of equal elements in $L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]$ are considered;
$\|L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]\|\|_\lambda$ –
載って基準を結びつけられる普通の最少の高い方の部分 ||Ll'［w
W
zw］の等しい要素のさえすべてのなんとかして異なる等尺性（基準を節約する）変化が考慮される||Ll'［w W zw］|||l;

$L_\lambda$“$[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]$ – some function that is chosen (together with $\boldsymbol{\alpha}_\lambda$, $\boldsymbol{\beta}_\lambda$, $\boldsymbol{\gamma}_\lambda$ , $\alpha_\lambda$, $\beta_\lambda$, $\gamma_\lambda$) by the principle of tolerable simplicity [6, 7] so that the estimation (2) is the most sensitive one over the set of the classes of the functions $f_\varphi$ under consideration, i.e., the difference **sup** $\delta$ – **inf** $\delta$ has the greatest value.
$L_\lambda$“$[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]$ –
すなわち、評価(2)が考慮中の機能fjのクラスのセットの上に最も敏感なものであるように、許容できる単純さ［6、7］の原則によって選ばれる（al、
bl、gl、al、bl、glと共に）機能違いが、dをすすります – inf
dは、最も大きな価値を持ちます。

Similar estimations can be proposed for other relations, too. If in (1), the equality sign is replaced by inequality one, let $\delta_\lambda[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega] = 0$ if the inequation is true, and let us use the formula (2) otherwise. For the generalized comparison
類似した評価は、他の関係のためにも提案されることができま

す。(1)でならば、平等徴候が不平等1と取り替えられて、ますd
l［w W
zw］、不等式によって真実で、我々はさもなければ公式(2)を使うことができたならば= 0。分化していない比較のために

$a \equiv b \pmod{d}$ (i.e., $(a-b)/d$ is an integer)
b（流行の最先端のd）（すなわち、（– b)/dはそうです整数）

where $a$, $b$, $d$ – complex numbers ($d \neq 0$),
どこで、b（d） – 複素数（d 0）、

the hypererror may be given by the formula
hypererrorは、公式によって与えられるかもしれません

$$\delta = \min(\{|a-b| / |d|\}, 1 - \{|a-b| / |d|\})$$

where $\{x\}$ – the fractional part of a real number $x$.
どこで｛x｝ – 本当のナンバーxのわずかな部分。

Any pseudo-solution
どんな偽解決でも

$$[_{\varphi\in\Phi}\ f_{\varphi}[_{\omega\in\Omega}\ z_{\omega}]]$$

to the equation (1) transforms it into equality (1) is also estimated by the formula (2).
(1)が変換する方程式にとって、平等(1)へのそれは、公式(2)によっても推定され ます。

Generally, a hypererror is some functional
通常、hypererrorは少し機能的です

$$\delta: U \to [0, 1]\ (u \in U = E \cup I)$$

where
どこで

$U$ – a domain for estimation;
U – 評価のための領域;

$E$ – the subdomain containing all the exact objects;
E – すべての正確な物を含んでいるサブドメイン;

$I$ – the subdomain containing all the inexact objects,
私 – すべての不正確な物を含んでいるサブドメイン、

which satisfies some basic axioms:
そしてそれは若干の基本的な原理を満たします：

1) for every $e \in E$, $\delta(e) = 0$;
1）あらゆるeのために E、d‖（e）= 0;

2) there exists an $i \in I$ such that $\delta(i) = 1$.
2）iが存在します私は、そのようなそのd(i) = 1です。

The simplest (but insensitive) estimation is locally logical:
最も単純な（しかし、鈍感な）評価は、地元で論理的です：

$$\delta(u) = 0 \text{ if } u \in E,$$
d（u) = 0もしもu E、

$$\delta(u) = 1 \text{ if } u \in I.$$
d（u I.ならばu) = 1

So its sum with the probability, that an object to be estimated is exact, is identically equal to 1.
それで、推定される物が正確である可能性によるその金額は、1と同じく等しいです。

The domain average power weighted hypererror in the λth relation can be defined as
第1の関係の力加重のhypererrorが定義されることができる領域平均

$$\delta_\lambda(m(\lambda)) = (\lim (\int(\delta_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega])^{m(\lambda)} p_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] dV(z_\lambda')/$$

$$\int p_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] dV(z_\lambda')))^{1/m(\lambda)}$$

$$(z_\lambda' \rightarrow z_\lambda)$$

where
どこで

$z_\lambda$ – the domain of definition of the λth relation;
$z_\lambda$ – 第lの関係の明確さの領域;

$z_\lambda$'– domain's approximations that have finite measures $V(z_\lambda')$ and are domains of definition for the both integrals;
有限処置V
を持っているzl』領域の近いもの（zl』）、そして、明確さの領域は、両方の全体のためです;

$p_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$ – a weight;
$p_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$ – 重さ;

$m(\lambda)$ – a positive number possibly depending on λ.
m(λ) – おそらくlに依存している正数。

The domain average power weighted hypererror of a pseudo-solution to the combined relations may be defined as
複合関係の偽解決の力加重のhypererrorが定義されるかもしれない領域平均

$$\delta_\Lambda(n(\Lambda)) = (\sum_{\lambda\in\Lambda}(\delta_\lambda(m(\lambda))^{n(\Lambda)} p_\lambda' / \sum_{\lambda\in\Lambda} p_\lambda')^{1/n(\Lambda)}$$

dL（n（L））は、=です（l L（dl（m（l））n（L）pl』/l L pl）1/n(L)

where
どこで

Λ – the set of indices λ, which has the cardinality $c(\Lambda)$;
Λ インデックスlのセット、そしてそれは基数c（Λ）;

$n(\Lambda)$ – a positive number whose value may be 1, 2, $c(\Lambda)$, etc.;
n(Λ) – 価値が1、2、c（Λ）、その他であるかもしれない正数;

$p_\lambda$' – a weight,
$p_\lambda$'– 重さ、

or as
あるいは、

$$\delta_\Lambda = \mathbf{sup}_{\lambda\in\Lambda}\, \delta_\lambda(m(\lambda)).$$

For instance, let two pseudo-solutions to some combined four relations have the partial hypererrors
たとえば、なんらかの複合4つの関係の2つの偽解決に部分的なhypererrorsを 持たせてください

$$1, 1, 1, 0;$$

$$1, 0, 0, 0,$$

respectively. Their Cantor sets are identical and equal to {1, 0} (and are indefinite at all if their elements are inexact, which often happens), but it is intuitively obvious that the second pseudo-solution is much more precise than the first one. So let us consider just the generalized sets
それぞれ。彼らのカントールセットは同一で等しいです｛1、0｝（そして、彼らの要素が不正確であるならば、まったく明確でありません、しばしば起こります）、しかし、第2の偽解決が最初のものより非常に正確であることは直観的に明らかです。それで、まさに分化していないセットを考慮しよう

$$\Delta_1 = \{1, 1, 1, 0\};\ \Delta_2 = \{1, 0, 0, 0\}\ (3)$$

where the multiplicities of elements are included. But sup $\Delta_1$ = sup $\Delta_2$ = 1, so it is necessary to determine just the generalized least upper bounds. The generalized subsets reduced from above are
要素の多様性が含まれるところ。しかし、D1 =がD2 = 1をすることをすすりなさいので、それはまさに全身性最小上界を決定するのに必要です。上記から減らされる分化していないサブセットは、そうです

$$\{1, 1, 1, 0\};$$

$$\{1, 1, 0\};$$

$$\{1, 0\};$$

$$\{0\}$$

and
そして、

$$\{1, 0, 0, 0\};$$

$$\{0, 0, 0\};$$

$$\{0, 0\};$$

$$\{0\}.$$

Their sets of least upper bounds coincide with the sets (3) themselves in such a case. The minimally reduced from above subsets having different usual least upper bounds 1 and 0 are $\{1, 1, 0\}$ and $\{0, 0, 0\}$. So $\mathbf{sup}\ \Delta_1 > \mathbf{sup}\ \Delta_2$ and the second pseudo-solution is estimated by $\delta_\Lambda$ (for $\delta_\Lambda(n(\Lambda))$ it is obvious) better than the first one as required.
最小上界の彼らのセットは、そのような場合セット（3）自体と同時です。最小限に異なる普通の最小上界1と0がある上記のサブセットから減らすものは、そ
うです｛1、1、0｝、そして、｛0、0、0｝。それで、D1をすすってください >
D2をすすってください、そして、第2の偽解決は必要に応じて、最初のものよりよく、dL（dL（n（L））のために、それは明らかです）によって推定さ れます。

In particular, such methods for estimating hypererrors provide many new methods to sum up divergent series [8, 9] $\sum_{i\in\mathrm{N}} a_i$ by obtaining constant $A$ that ensures:
特に、
hypererrorsを推定するそのような方法は、それが確実にする恒常的なAを得ることによって互いに異なる直列［8、9］i

Nミツユビナマケモノを要約するために、多くの新しい方法を提供します：

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{sup}_n\ \|A-(a_1+a_2+\ldots+a_n)\|/(1+\|A-(a_1+a_2+\ldots+a_n)\|);$$

infA supn ‖ A –（a1 + a2 +…+）‖ /（1 + ‖ A –（a1 + a2 +…+）‖）;

$$\mathbf{inf}_A\ \lim_{n\to\infty}\|A-(a_1+a_2+\ldots+a_n)\|/(1+\|A-(a_1+a_2+\ldots+a_n)\|);$$

infAは、\を描きます ‖ A –（a1 + a2 +…+）‖ /（1 + ‖ A –（a1 + a2 +…+）‖）;

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{lim}_{n\to\infty}\|A-(a_1+a_2+\ldots+a_n)\|/(1+\|A-(a_1+a_2+\ldots+a_n)\|)$$

infAは、\を描きます ‖ A –（a1 + a2 +…+）‖ /（1 + ‖ A –（a1 + a2 +…+）‖）

where **lim –** the upper limit;
そこでlim – 上限;

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{sup}_n\ (n^{-1}\textstyle\sum^n_{i=1}(\|A-\sum^n_{i=1}a_i\|/(1+\|A-\sum^n_{i=1}a_i\|))^{q(\mathrm{n})})^{1/q(\mathrm{n})};$$

infA supn（n-1 ni=1（‖ A– åni=1ミツユビナマケモノ ‖ /（1 + ‖ A– åni=1ミツユビナマケモノ ‖））q（n)）1/q（n）;

$$\mathbf{inf}_A\ \lim_{n\to\infty}(n^{-1}\textstyle\sum^n_{i=1}(\|A-\sum^n_{i=1}a_i\|/(1+\|A-\sum^n_{i=1}a_i\|))^{q(\mathrm{n})})^{1/q(\mathrm{n})};$$

infA は、\（n-1 ni=1を描きます（‖ A– åni=1ミツユビナマケモノ ‖ /（1 + ‖ A– åni=1ミツユビナマケモノ ‖））q（n)）1/q（n）;

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{lim}_{n\to\infty}(n^{-1}\textstyle\sum^n_{i=1}(\|A-\sum^n_{i=1}a_i\|/(1+\|A-\sum^n_{i=1}a_i\|))^{q(\mathrm{n})})^{1/q(\mathrm{n})}$$

infA は、\（n-1 ni=1を描きます（‖ A– åni=1ミツユビナマケモノ ‖ /（1 + ‖ A– åni=1ミツユビナマケモノ ‖））q（n)）1/q(n)

where $q(n)$ – a positive function of $n$, which can be, in particular, $n$ itself or a constant $q$.
そこでq(n) –
nの陽機能、そしてそれは、特に、n自体または恒常的なqでありえます。

But hypererrors can be sensitive in principle to inexact pseudo-solutions and not toexact solutions that have different reliabilities, especially if they and relations themselves are inexactly known. For instance,
しかし、特に彼らと関係が彼ら自身不正確に知られているならば、hypererrorsは原則として、異なる信頼性を持つ不正確な偽解決とtoexact 解決にでなく敏感でありえます。たとえば、

$$x_1 = 1 + 10^{-10}, x_2 = 1 + 10^{10}$$

are exact solutions to the inequality $x > 1$, but $x_1$ is practically dubious and $x_2$ is guaranteed. So it is necessary to introduce some concept of a reserve
不平等の正確な解決は、xです >
1はx1以外のほとんど疑わしいです、そして、x2は保証されます。それが蓄えの若干の概念を持ち出すのに必要であるように
、

$$R: U \to [-1, 1]$$

whose values satisfy the following basic axioms:
誰の価値が、以下の基本的な原理を満たしますか：

1) for every $i \in I$, $R(i) = -\delta(\mathrm{i}) \in [-1, 0]$;
1）あらゆるiのために私、R(i) = – δ(私) ∈ [1、0];

2) for every $e \in E$, $R(e) \in [0, 1]$;
2）あらゆるeのためにE、R(e) ∈ [0、1];

3) there exist such an $i \in I$ and an $e \in E$ that $R(i) = -1$ and $R(e) = 1$.
3）そのようなiが存在します私とe E そのR(i) = 1とR（e) = 1。

For instance, the reserve of any pseudo-solution $x$ to the combined inequalities
たとえば、複合不平等へのどんな偽解決xの蓄えでも

$$[_{\alpha\in \mathrm{A}}\, a_\alpha \Leftarrow x \Leftarrow b_\beta\, {}_{\beta\in \mathrm{B}}]$$

where
どこで

$a$, $b$, $x$ – real numbers;
$a$, $b$, $x$ – 実数;

$\Leftarrow$ – one of the signs <, ≤,
Ü – サイン<（£）のうちの1つ

can be defined as
定義されることができます

$$R(x, [_{\alpha\in \mathrm{A}}\, a_\alpha \Leftarrow x \Leftarrow b_{\beta\ \beta\in \mathrm{B}}]) =$$

$$\mathbf{inf}_{\alpha\in \mathrm{A},\ \beta\in \mathrm{B}}\,((x - a_\alpha)/(|x|+2|a_\alpha|+1),\ (b_\beta - x)/(|x|+2|b_\beta|+1)).$$

R（x［Aaa x bb b B］）= infa A、b B（（x –
アア溶岩）/（|x|+2|アア溶岩|+1）、（bb – x)/（|x|+2|bb|+1））。

Thus reserves provide arranging all pseudo-solutions. If there exists a pseudo-solution that has the maximal reserve, that may be called a super-pseudo-solution. An exact super-pseudo-solution may be called a super-solution, an inexact one is called a quasi-solution. The super-solution to the inequalities
このように、蓄えはすべての偽解決を手配することを提供します。最大限の蓄えを持つ偽解決が存在するならば、それはスーパー疑似解決と呼ばれているかもし
れません。正確なスーパー疑似解決はスーパー解決と呼ばれているかもしれません、不正確なものは準解決と呼ばれています。不平等のスーパー解決

$$a_0 \Leftarrow x \Leftarrow a_1 \quad (6)$$

is
あります

$$x_s = 0.25\ (((2 + 2|a_0| + 2|a_1| - |a_0 + a_1|)^2 + 8|a_0 + a_1|)^{1/2}$$

$$- 2 - 2|a_0| - 2|a_1| + |a_0 + a_1|)\ \mathrm{sign}\ (a_0 + a_1).$$

xs = 0.25（（（2 + 2つの|a0| + 2つの|a1| |a0 + a1|）2 + 8|a0 + a1|）1/2

– 2 – 2つの|a0| 2つの|a1| + |a0 + a1|）、署名してください（a0 + a1）。

If there exists a pseudo-solution that has the minimal reserve and is inexact, it may be called an anti-solution. The anti-solutions to the same inequalities (6) are
最小の蓄えを持って、不正確である偽解決が存在するならば、それは反解決と呼ばれているかもしれません。同じ不平等(6)の反解決は、そうです

$x_A = -\infty$ if $a_1 > |a_0|$ or ($a_1 = |a_0|$ and (6) has a form $-|a_0| < x \le |a_0|$);
a1ならばxA = \ > |a0| あるいは、（a1 = |a0|
そして、(6)は形|a0を持ちます| < x £ |a0|）;

$x_A = +\infty$ if $a_0 < -|a_1|$ or ($a_0 = -|a_1|$ and (6) has a form $-|a_0| \le x < |a_0|$);
a0ならばxA = +\< |a1| あるいは、（a0 = |a1|
そして、(6)は形|a0を持ちます| £ x< |a0|）;

$x_A = \pm\infty$ if $a_0 = -a_1$ and (6) has a form $-|a_0| < x < |a_0|$ or $-|a_0| \le x \le |a_0|$.
a0 = a1と(6)が形|a0を持つならばxA =±\| < x< |a0| または|a0| £ x £ |a0|。

If the set of pseudo-solutions is compact, super-quasi-solutions exist. They can be determined by the method of equalizing the partial reserves of a pseudo-solution to separate relations.
偽解決のセットがコンパクトであるならば、スーパー-準-解決が存在します。彼らは、関係を切り離すために偽解決の部分的な蓄えを等しくする方法で測定され ることができます。

Estimations are often given by corresponding probabilities. It is possible to generalize the concept of a probability [10] that is locally logical because every elementary outcome gives either 0 (if it is not favorable) or 1 (if it is favorable). So a usual probability may be considered as a logical reserve that is equal to 1 for exact solutions and to 0 for inexact pseudo-solutions.
評価は、対応する可能性によってしばしばされます。あらゆる基本の結果が0（それが有利でないならば）か1（それが有利であるならば）を与えるので、地元
で論理的である可能性［10］の概念を一般化することは、可能です。それで、普通の可能性は、正確な解決のための1まで、そして、不正確な偽解決のための 0
まで等しい論理的蓄えと思われるかもしれません。

Let us consider the conditional probability $P(s|p)$ that some pseudo-solution is an exact solution. When using uniform distributions on
条件付き確率を若干の偽解決が正確な解決であるP（slp）と考えよう。やっている均一 な分布を使うとき、

$$(-\infty, \infty) \text{ or } (-\pi/2, \pi/2) \ni \chi = \arctan x,$$

（-\、 \）、あるいは、（p/2、 p/2）『c =逆正接関数x、

the probability of holding the following inequalities is:
以下の不平等を持つ可能性は、以下の通りです：

$$x < a: P(s|p) = ½ + ½\, a/\infty \text{ or } P(s|p) = ½ + 1/\pi \arctan a;$$

x<：P（slp）= + a/\、あるいは、 P（slp）= + 1/p逆正接関数;

$$x > a: P(s|p) = ½ - ½\, a/\infty \text{ or } P(s|p) = ½ - 1/\pi \arctan a;$$

x > ：P（slp) =½ – ½ a/\、あるいは、 P（slp) =½ – 1/p逆正接関数;

$$a_0 < x < a_1 : P(s|p) = ½\, (a_1 - a_0)/\infty \text{ or } P(s|p) = 1/\pi\, (\arctan a_1 - \arctan a_0).$$

a0< x< a1 ：P（slp）は、=です（a1 – a0）/\、あるいは、
P（slp）= 1/p（逆正接関数a1 – 逆正接関数a0）。

When using uniform distributions on
やっている均一な分布を使うとき、

$$(-\infty, \infty) \text{ or } (-\pi/2, \pi/2) \ni \chi = \arctan x$$

（-\、\）、あるいは、（p/2、p/2）『c =逆正接関数x

corresponding to more sensitive reserves generalizing probabilities, the expected value of the reserve (5) of the inequalities (6) is
可能性を一般化しているより敏感な蓄えと一致して、不平等(6)の予備(5)の期待値は、そうです

$$M\,R(x, a_0 < x < a_1) = (2\pi)^{-1} \times$$

$$\sum_{i=0}^{1} (((-1)^i + \text{sign } x_s) a_i \ln(1 + 2|a_i|)/(1 + 2|a_i| + 2a_i^2) -$$

$$0.25(1 + (-1)^i (a_i + 2a_i|a_i|)/(1 + 2|a_i| + 2a_i^2)) +$$

$$(2\pi)^{-1}(\arctan x_s)\sum_{i=0}^{1} (\text{sign } x_s - (a_i + 2a_i|a_i|)/(1 + 2|a_i| + 2a_i^2) +$$

$$(4\pi)^{-1}\sum_{i=0}^{1} (1 + a_i \text{ sign } x_s + 2|a_i|)\ln((1 + x_s^2)/$$

$$(1 + 2|a_i| + 2a_i^2))/(1 + 2|a_i| + 2a_i^2).$$

M R（x（a0< x< a1））=（2p）-1 1i=0（（（1）i +徴候xs）ailn（1 + 2つの|ミツユビナマケモノ|）/（1 + 2|ミツユビナマケモノ| + 2ai2）– 0.25（1 +（1）私（ミツユビナマケモノ+ 2ail|ミツユビナマケモノ|）/（1 + 2|ミツユビナマケモノ| + 2ai2は））+（2p）-1 ||（逆正接関数xsは）1i=0は（xsを署名する – (ミツユビナマケモノ+ 2ail|ミツユビナマケモノ|)/（1 + 2|ミツユビナマケモノ| + 2ai2）+（4p）-1 1i=0（1 +ミツユビナマケモノ徴候xs + 2|ミツユビナマケモノ|）ln（（1

+ xs2）/（1 + 2|ミツユビナマケモノ| + 2ai2））/（1 + 2|ミツユビナマケモノ| + 2ai2）。

Besides that, the usual probability, initial and central moments [10] are not sensitive to the incompleteness of information. For example, each of them gives identical results when one ball is extracted from a box having white and black balls in equal or unknown portions. It is conditioned by the first power of probabilities (for discrete random variables) or of their densities (for continuous ones). Hence one may utilize (usual or normed) initial and centra1 moments for which this power is not equal to 1.
それの他に、普通の可能性、イニシャルと中心瞬間［10］は、情報の不完全さに敏感でありません。たとえば、1つのボールが等しいか未知の部分で白くて黒
いボールを備えている箱から引き抜かれるとき、彼らの各々は同一の結果を与えます。それは、可能性（別々の確率変数のために）の、または、彼らの密度（連
続もののために）の最初の力によって条件づけられます。それゆえに、人はこの力が1と等しくない（普通であるかノルム）最初のおよびcentra1瞬間を 利用するかもしれません。

**Bibliography**
参考文献

1. Barford, N. C.: Experimental Measurements: Precision, Error, and Truth. Addison-Wesley, 1967.
1.バーフォード、N.
C.：実験的な寸法：精度、エラーと真実。アディソン‐ウェズリー、1967。

2. Taylor, J. R.: An Introduction to Errors Analysis. University Science Books Mill Valley, California, 1982.
2.テイラー、J.
R.：エラー分析への導入。大学科学本は、谷、カリフォルニア、1982を粉にします。

3.. Cantor, G.: Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts. Berlin, 1932.
3.。カントール、G.：Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts。ベルリン、1932。

4. Hausdorff, F.: Grundzüge der Mengenlehre. Leipzig, 1914.
4.ハウスドルフ、F.：Grundz ge der
Mengenlehre.ライプツィヒ、1914。

5. Weierstraß, K. T. W.: Mathematische Werke. Berlin, Leipzig, 1894-1927. Bd. 1-7.
5.Weierstra、 K. T. W.： Mathematische
Werke。ベルリン、ライプツィヒ、1894〜1927。Bd. 1-7。

6. Himmelsohn, L. G.: Generalization of Analytic Methods for Solving Strength Problems [In Russian]. Drukar Publishers, Sumy, 1992.
6.Himmelsohn、L.
G.：強さ問題［ロシア語で］を解決する分析的方法の一般化。Drukar出版者、Sumy、1992。

7. Himmelsohn, L. G.: General Strength Theory. Drukar Publishers, Sumy, 1993.
7.Himmelsohn、L.
G.：一般的な強さ理論。Drukar出版者、Sumy、1993。

8. Borel, E.: Lecons sur les Séries Divergentes. Paris, 1928.
8.ボレル、E.：レズS ries
Divergentes.パリ（1928）に基づくLecons。

9. Cooke, G.: Infinite Matrices and Sequence Spaces. London, 1950.
9.クック、G.：無限のマトリックスとシーケンススペース。ロンドン、1950。

10. Fréchet, M.: Recherches théoriques modernes sur la théorie des probabilites. Paris, 1937-1938.
10.Fr chet、M.：ラth orie 12月probabilitesに基づくRecherches th oriques modernes。パリ、1937～1938。