General Estimation Theory

一般的な評価論

Mathematical Monograph

数学的なモノグラフ

by

そばに

The "Collegium" All World Academy of Sciences Publishers

科学出版者の「委員会」全く世界アカデミー

Munich (Germany)

ミュンヘン(ドイツ)

Ninth Edition (2010)

第 9 のエディション(2010)

Eighth Edition (2004)

第 8 のエディション(2004)

Seventh Edition (2001)

第 7 のエディション(2001)

Sixth Edition (2000)

第 6 のエディション(2000)

Fifth Edition (1995)

第 5 のエディション(1995)

Fourth Edition (1994)

第 4 のエディション(1994)

Third Edition (1993)

第 3 のエディション(1993)

Second Edition (1992)

第 2 のエディション(1992)

First Edition (1988)

最初のエディション(1988)

0. Introduction

0. 導入

Urgent scientific and life problems demand development of modern estimation methods [1, 2]. The concept of approximate solutions does not cover inexact pseudo-solutions. Absolute errors are not invariant measures of accuracy. Relative errors are used only for equalities of exact values to their approximations and become indefinite and inadequate if the ratio of the sides of the equality is not close to 1.

緊 急の科学的なおよび生命問題は、最新の評価方法［1、2］の開発を要求します。およその解決の概念は、不正確な偽解決をカバーしません。絶対のエラーは、 正確さの不変の計測でありません。平等の側の比率が約 1 でないならば、相対的なエラーが彼らの近いものに正確な価値の equalities だけのために使 われて、明確でなくて不十分になります。

Estimation methods must be based on the intercommunicated concepts of sets and numbers. But the Cantor's concept [3, 4] of sets ignores multiplicities of their elements, identifies essentially different sets, and gives indefinite numbers of elements and other functions of sets especially if they involve closely spaced elements not exactly known, although the multiplicities of solutions of polynomials are used in algebra. So it is necessary to consider generalized sets with taking the multiplicities of their elements into account. And the known numbers are insufficient to construct sensitive estimations and need their replenishment.

評 価方法は、セットと数の相互に通じられた概念に基づかなければなりません。しかし、セットのカントールの概念［3、4］は、多数の彼らの要素を無視して、 基本的に異なるセットを特定して、多項式の解決の多様性が代数学で使われるが、特に彼らが必ずしも知られていない密接に間隔をあけられた要素を含むなら ば、要素の不明確な数とセットの他の機能を伝えます。それで、それは彼らの要素の多様性を考慮に入れることで分化していないセットを考慮するのに必要で す。そして、既知の数は、敏感な評価を造って、彼らの補充を必要とするには不十分です。

1. Generalized Sets and Numbers

1.Sets を一般化する、そして、 数

Let

されます

$$\nu\colon x \to \nu x$$

ν： x → νx

be a numerical function (functional), whose domain of definition includes all sets of some type, whose values are some generalized numbers of the elements of sets, and which satisfies the following basic axioms:

明確さの領域が若干のタイプの全セットを含む数の機能（機能的な）です、価値はセットの若干の分化していない数の要素で、そして、以下の基本的な原理を満たす：

1) if a set x consists of one element only,

1） セットされた x が 1 つの要素から成るならば、 だけ

$$\nu x = 1;$$

νx = 1;

2) the estimation function ν is quite additive:

2） 評価機能 n 非常に添加物です：

$$\nu\cup_{\alpha\in A} G_\alpha = \sum_{\alpha\in A} \nu G_\alpha$$

ν ∪α ∈AGα = ∑α ∈A νGα

where

どこで

G_α is any generalized set indexed by α in Cantor set A having any cardinality.

Gα は、どんな基数でも持っている A を課されるカントールで α によってインデックスを付けられるどんな分化していないセットでもあります。

It can be rigorously proved that for the empty set ∅,

それは、空のセットのためのそれということを厳しく証明されることができます ∅

$$\nu\varnothing = 0,$$

ν∅=0、

for any finite set,

どんな有限セットのためにでも、

$$\nu\{a_1, a_2, \dots, a_n\} = n,$$

ν｛a1、 a2、...｝= n、

and for any set if one element is added to or is withdrawn from x, νx is increased or decreased by 1, respectively. This is known only for finite sets because it is considered that any cardinality is absorbed by a greater infinite one although it is not true for ordinal numbers [3, 4]. In particular, if N is the Cantor set of all the natural numbers (positive integers) and it is designated that

そ して、1 つの要素が増されるか、x から引っ込められるならば、どんなセットのためにでも、それぞれ、nx は 1 時までに増減されます。それが序数詞［3、 4］にとって真実でないがどんな基数でもより偉大な無限の人に夢中であると考えられるので、これは有限セットだけで知られています。特に、N がすべての自 然数（正整数）とそれの配置されるカントールであるかどうかは、それと称されます

$$\nu N = \infty_N,$$

νN = ∞N、

$$\infty_N + 1 > \infty_N.$$

$\infty N + 1 > \infty N.$

If N’ is some subset of N and there exists such a (fractional) number $\mu_{N'}$ and such infinite subseries n_k in N that for every k

Nならば』、いくつかがNのサブセットです、そして、そのような（わずかな）数μNが、存在する』とてもあらゆるkのためのNでその他無限の subseries nk

$$\nu(N' \cap \{ 1, 2, \ldots , n_k\}) = \mu_{N'} n_k$$

ν』（N∩｛1、2、...nk｝）=μN』nk

then N’ is called fractionally numerable and it is designated that

そしてN』はわずかに数えられると言われます、そして、それはそれと称されます

$$\nu N' = \mu_{N'} \infty_N.$$

νN』 = μN』 ∞N.

If N’ is the former and N’’ is such a subset of N that the both differences

Nならば』、前者とNである」Nのそのようなサブセットが、それである両方の違い

$$N'' \setminus N'$$

N」 \N』

and

そして、

$$N' \setminus N''$$

N』\N」

[3, 4] are finite, then N'' is called finitely fractionally numerable and it is designated that

［3、 4］有限、当時のＮです」わずかに数えられて制限的に言います、そして、それがそれと称されます

$$\nu N'' = \nu N' + \nu(N'' \setminus N') - \nu(N' \setminus N'').$$

νN」 ＝νN'+ν」（N」\N』）－ ν』（N\N」）。

(But there also exist other types of subsets of N, for example,

（しかし、また、たとえば、Ｎの他のタイプのサブセットが、存在します

$$\{11, 12, \ldots, 100, 1001, 1002, \ldots, 10000, \ldots,$$

｛11、 12、...100、1001、1002、...10000、...

$$10^{2n-l} + l, 10^{2n-l} + 2, \ldots, 10^{2n}, \ldots\}).$$

102n-l + l、102n-l + 2、...102n、...｝）。

Let us then designate

それから示そう

$$1/\infty_N = 0^+,$$

1/ ∞N = 0+、

$$0 - 0^{+} = 0^{-},$$

0 －0+ = 0-、

$$(0^{+})^{\rho} = 0^{\rho+},$$

(0+)ρ =0ρ+、

$$r + 0^{\rho+} = r^{\rho+},$$

r + 0ρ+ = rρ+、

$$r - 0^{\rho+} = r^{\rho-}$$

r －0ρ+ = rρ-

where $\rho > 0$ and r are usual real numbers or infinities.

そこでρ>0とrは、普通の実数または無限です。

So every real number (or infinity) represents the infinite set of generalized real numbers (R+ is the set of such positive numbers)

あらゆる実数（または無限）が分化していない実数の無限のセットを表すように、(R+は、そのような正数のセットです)

$$[_{\rho\in R+} r^{\rho-}] \cup \{r\} \cup [_{\rho\in R+} r^{\rho+}],$$

［ρ∈R+ rρ-］ ∪ ｛r｝ ∪ ［ρ∈R+ rρ+］、

which is intuitively used in limits and improper integrals and allows to obtain sensitive estimations having some parameters (for example, weights) 0^{+} instead of 0. Besides that, only such generalized numbers provide expressing probability densities and distribution functions in uniform distributions over sets of infinite measures. And such distribution functions can be depicted not in Euclidean but Lobachevskian geometry that is therefore connected with probability theory by the theory of generalized numbers.

そ してそれは限度と異常積分で直観的に使われて、0 の代わりに若干のパラメータ（たとえば重さ）がある敏感な評価に 0+を得させるために許します。それの他 に、そのような分化していない数だけは、無限の処置のセットの上に均一な分布で確率密度と分布関数を表すことを提供します。そして、そのような分布関数 は、したがって、分化していない数の理論によって確率論と関係がある Lobachevskian ジオメトリー以外はユークリッドのもので表されることがで きません。

2. Generalized Least Upper and Greatest Lower Bounds

2. 全身性最も少なく上で最も大きな下界

The least upper and the greatest lower bounds [5] on any ordered set M are still less sensitive for estimation than the known sets and numbers. So it is necessary to introduce some generalized bounds.

全く高い方の部分と少しの順序集合 M の下限［5］も、評価のために、既知のセットと数よりまだ敏感でありません。それで、それは若干の分化していない境界を持ち出すのに必要です。

The generalized least upper bound **sup** M is the generalized set of the usual least upper bounds on generalized subsets of M reduced from above and is numerically equal to the usual sup M.

全身性最小上界は、M をすすります普通の最小上界の分化していないセットが上から減らされる M の分化していないサブセットの上にあります、そして、普通のものと数値的に等しいです M をすすります。

The generalized greatest lower bound **inf** M is the generalized set of the usual greatest lower bounds on generalized subsets of M reduced from below and is numerically equal to the usual inf M.

分化していない下限 inf M は、下から減らされる M の分化していないサブセットの普通の下限の分化していないセットで、普通の inf M と数値的に等しいです。

All these generalizations have a deep analogy and allow proposing some effective estimation methods.

すべてのこれらの一般化は深い類似を持って、若干の効果的評価方法を提案するのを許します。

3. Unierrors

3. Unierrors

The method [6] to determine the unierror

unierror を決定する方法［6］

$$E = |a - b| / (|a| + |b|)$$

E = | - b| /（|| + |b|）

of a formal (true or false) numerica1 equality

形式的（本当であるか間違った）numerica1 平等の

$$a =? b$$

=? b

can be naturally generalized to any functional equality or equation in some linear normed space and to such combined equalities or equations. Let us consider the equation

若干の線形ノルム空間のどんな機能的な平等または方程式にでも、そして、そのような合同の equ alities または方程式に自然に一般化されることができます。方程式を考慮しよう

(1)

(1)

$$L_\lambda[_{\varphi\in\Phi}\ f_\varphi[_{\omega\in\Omega}\ z_\omega]] = 0\ (\lambda\in\Lambda)$$

Lλ［φ∈Φ fφ［ω∈Ωzω］］= 0(λ∈Λ)

where
どこで

L_λ is an operator with index λ from an index set Λ;

Lλ は、インデックス λ が Λ を課されるインデックスからにあるオペレーターです;

f_φ is a function (dependent variable) with index φ from an index set Φ;

f_φは、インデックスφがΦを課されるインデックスからにある機能（従属変数）です;

z_ω is an independent variable with index ω from an index set Ω;

$z\omega$は、インデックスωがΩを課されるインデックスからにある独立変数です;

$$[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$$

$$[\omega\in\Omega z\omega]$$

is a set of indexed elements z_ω.

一組のインデックスを付けられた要素は、$z\omega$です。

The local unierror may be defined by the formula

ローカル unierror は、公式によって定義されるかもしれません

(2)

(2)

$$E_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] =$$

$$E\lambda［\ \omega\in\Omega\, z\omega］=$$

$$\boldsymbol{\alpha}_\lambda \,||L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda \,/$$

$$\alpha\lambda\, ||L\lambda』［\ \omega\in\Omega\, z\omega］||\,\lambda\,/$$

$$(||L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda + \alpha_\lambda \,||L_\lambda{}''[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda) +$$

$$（||L\lambda』［\ \omega\in\Omega\, z\omega］||\,\lambda + \lambda\, ||L\lambda」［\ \omega\in\Omega\, z\omega］||\,\lambda）+$$

$$\boldsymbol{\beta}_\lambda \,||L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega||_\lambda \,/$$

$$\beta\lambda\, ||L\lambda』［\ \omega\in\Omega\, z\omega||\,\lambda\,/$$

$$(|||L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]|||_\lambda + \beta_\lambda \,|||L_\lambda{}''[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]|||_\lambda) +$$

（|||L λ』［ ω∈Ω zω］||| λ +bl |||L λ」［ ω∈Ω zω］||| λ） +

$$\boldsymbol{\gamma}_\lambda \| L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] \|_\lambda /$$

γ λ ||Ll』［ ω∈Ω zω］|| λ /

$$(\mathbf{sup}\, \| L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] \|_\lambda + \gamma_\lambda\, \mathbf{sup}\, \| L_\lambda{}``[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] \|_\lambda)$$

（するる ||L λ』［ ω∈Ω zω］|| λ +g λ は夕食をとります ||L λ」［ ω∈Ω zω］|| λ）

where

どこで

$$\boldsymbol{\alpha}_\lambda , \boldsymbol{\beta}_\lambda , \boldsymbol{\gamma}_\lambda$$

αλ β λ、 γ λ

are positive uninumbers, their sum be equal to 1;

あります ポジティブな uninumbers、彼らの金額は、1 と等しいです;

$$\alpha_\lambda , \beta_\lambda , \gamma_\lambda$$

α λ、 β λ、 γ λ

are generalized positive numbers;

分化していない正数です;

$$L_\lambda{}'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$$

L λ』［ ω∈Ω zω］

is the left-hand side of (1) as a direct (not composite) function of the independent variables;

(1)の左側は、独立変数のダイレクト（合成でない）機能としてあります;

the both **sup** are taken in the domain of definition z_λ of the equation;

両方のすすります方程式の定義 zl の領域でします;

$$|||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]|||_\lambda$$

|||L λ』［ ω∈Ω zω］||| λ

is the usual least upper bound on the norm of

普通の最少の高い方の部分は、載って基準を結びつけられます

$$||L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\lambda$$

||L λ』［ ω∈Ω zω］|| λ

when all possibly different isometric (conserving the norms) transformations even of equal elements in

中で等しい要素のさえすべてのなんとかして異なる等尺性（基準を節約する）変化は、いつですか

$$L_\lambda'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]$$

L λ』［ ω∈Ω zω］

are considered;

考慮されます;

$$L_\lambda``[_{\omega\in\Omega} z_\omega]$$

L λ」［ ω∈Ω zω］

is some function that is chosen (along with

いくつかは、選ばれる機能です（とともに

$$\boldsymbol{\alpha}_\lambda, \boldsymbol{\beta}_\lambda, \boldsymbol{\gamma}_\lambda,$$

α λ、 β λ、 γ λ

$$\alpha_\lambda, \beta_\lambda, \gamma_\lambda)$$

α λ、 β λ、 γ λ）

by the principle of tolerable simplicity [6, 7] so that the estimation (2) is the most sensitive one over the set of the classes of the functions f_φ under consideration, i.e., the difference

そう評価(2)が考慮（すなわち違い）の下の機能 fφ の種類のセットの上に最も敏感なものである許容できる単純さ［6、7］の原則によって

$$\mathbf{sup}\, E - \mathbf{inf}\, E$$

E をすすってください - inf E

has the greatest value.

最も大きな価値はそうします。

Similar estimations can be proposed for other relations, too. If in (1), the equality sign is replaced by inequality sign, let

また、類似した評価は、他の関係のために提案されることができます。(1)でならば、平等徴候は不平等徴候（される）と取り替えられます

$$E_\lambda[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega] = 0$$

Ｅλ［ ω∈Ω zω］= 0

if the inequation is true, and let us use the formula (2) otherwise. For the generalized comparison

不等式が真実であるならば、そして、さもなければ公式(2)を使おう。分化していない比較のために

$$a \equiv b \pmod{d}$$

≡ b(流行の最先端の d)

(i.e.,

（すなわち、

$$(a - b)/d$$

（ - b)/d

is an integer),

整数です）、

where

どこで

$$a, b, d$$

b（d）

are complex numbers

複素数です

$$(d \neq 0),$$

（d ≠ 0）、

the unierror may be given by the formula

unierror は、公式によって与えられるかもしれません

$$E = \min(\{|a - b| / |d|\}, 1 - \{|a - b| / |d|\})$$

E =分（｛| - b| / |d|｝、 1 - ｛| - b| / |d|｝

where $\{x\}$ is the fractional part of a real number x.

そこで本当のナンバー x のわずかな部分です｛x｝。

Any pseudosolution

どんな pseudosolution でも

$$[_{\varphi\in\Phi}\ f_{\varphi}[_{\omega\in\Omega}\ z_{\omega}]]$$

［φ∈Φfφ［ω∈Ω zω］

to the equation (1) transforms it into equality (1) is also estimated by the formula (2).

(1)が変換する方程式にとって、平等(1)へのそれは、公式(2)によっても推定されます。

Generally, a unierror is some functional

通常、unierrorは少し機能的です

$$E: U \rightarrow [0, 1]$$

E：　U → [0、1]

$$(u \in U = E \cup I)$$

（=E u∈U ∪ I)

where

どこで

U is a domain for estimation;

U 領域は、評価のためです;

E is the subdomain containing all the exact objects;

E サブドメインは、すべての正確な物を含んでいます;

I is the subdomain containing all the inexact objects,

私　サブドメインは、すべての不正確な物を含んでいます、

which satisfies some basic axioms:

そしてそれは若干の基本的な原理を満たします：

1) for every $e \in E$,

1）　あらゆるeのために　∈　E、

$$\delta(e) = 0;$$

d（e) = 0;

2) there exists an $i \in I$ such that

2） i が存在します ∈ 私

$$\delta(i) = 1.$$

d(i) = 1。

The simplest (but insensitive) estimation is locally logical:

最も単純な（しかし、鈍感な）評価は、地元で論理的です：

$$\delta(u) = 0$$

d（u) = 0

if

もしも

$$u \in E,$$

u ∈ E、

$$\delta(u) = 1$$

d（u) = 1

if

もしも

$$u \in I.$$

u∈私。

So its sum with the probability, that an object to be estimated is exact, is identically equal to 1.

それで、推定される物が正確である可能性によるその金額は、1と同じく等しいです。

The domain average power weighted unierror in the λth relation can be defined as

λth 関係の力加重の unierror が定義されることができる領域平均

$$E_\lambda(m(\lambda)) = \{\lim [V(z_\lambda')]^{-1}\int(\|L_\lambda[_{\varphi\in\Phi} f_\varphi[_{\omega\in\Omega} z_\omega]]\|_\lambda //$$

Eλ（m（λ）） ＝{lim［V（zλ』）］-1∫（||Lλ［φ∈Φfφ［ω∈Ω zω］］||λ//

$$\sup\|L_\lambda[_{\varphi\in\Phi} f_\varphi'[_{\omega\in\Omega} z_\omega]]\|_\lambda)^{m(\lambda)}\, dV(z_\lambda')\}^{1/m(\lambda)}$$

||Lλ［φ∈Φfφ'［ω∈Ωzω］］||λをする）m（λ）dV（zλ』））} 1/m(λ)

$$(z_\lambda' \to z_\lambda)$$

(zλ』→zλ)

where
どこで

z_λ is the domain of definition of the λth relation;

zλλth の明確さの領域です 関係;

z_λ' is domain's approximations that have finite measures $V(z_\lambda')$ and are domains of definition for the both integrals;

zλ』 領域のものは、有限処置 V を持っている近いものです（zλ』）、そして、明確さの領域は両方の全体のためです;

$m(\lambda)$ is a positive number, we shall take 1;
m（λ）は正数です、我々は 1 をとります;

in the denominator, a direct (not composite) function of independent variables is used and by determining the least upper bound, all different isometric transformations (conserving the norms)
分母において、独立変数のダイレクト（合成でない）機能が、使われて、最小上界（すべての異なる等尺性変化）をそばに決定しています(基準を節約すること)

$$||f_\varphi'[_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\varphi = ||f_\varphi\, [_{\omega\in\Omega}\, z_\omega]||_\varphi$$

||fφ'［ω∈Ω zω］||φ= ||fφ［ω∈Ωzω］||φ

of even equal elements are considered.
均一な同等の、要素は考慮されます。

The domain average power weighted unierror of a pseudo-solution to the combined relations may be defined as

複合関係の偽解決の力加重の unierror が定義されるかもしれない領域平均

$$^{n}E(m) = \{\textstyle\sum_{\lambda\in\Lambda} w(\lambda)[E_\lambda(m)]^n \,//\, \textstyle\sum_{\lambda\in\Lambda} w(\lambda)\}^{1/n}$$

n E（m)＝｛ΣλεΛw（λ）［Eλ（m）］n//∑λ∈Λw（λ）｝1/n

by the law of the nth power
第 n 番目の力の法律によって

where

どこで

Λ is the set of indices λ, which has the cardinality $c(\Lambda)$;

Λ インデックスのセットが 1 であるならば、そしてそれは 基数 c（ Λ）;

$$n = n(\Lambda)$$

n＝n（ Λ）

is a positive number whose value may be

価値があるかもしれない正数です

$$1, 2, c(\Lambda),$$

1（2）c（ Λ）、

etc.

その他。

This unierror can be also defined as

この unierror は、定義されることもできます

$$E_\Lambda = \mathbf{sup}_{\lambda\in\Lambda} E_\lambda(m(\lambda)).$$

E Λ =夕食をとってください λ∈Λ E λ（m（ λ））。

For instance, let two pseudo-solutions to some combined four relations have the partial unierrors

たとえば、なんらかの複合 4 つの関係の 2 つの偽解決に部分的な unierrors を持たせてください

$$1, 1, 1, 0;$$

1、1、1、0;

$$1, 0, 0, 0,$$

1、0、0、0、

respectively. Their Cantor sets are identical and equal to

それぞれ。 彼らのカントールセットは同一で、等しいです

$$\{1, 0\}$$

｛1、 0｝

(and are indefinite at all if their elements are inexact, which often happens), but it is intuitively obvious that the second pseudo-solution is much more precise than the first one. So let us consider just the generalized sets

(そして、彼らの要素が不正確であるならば、まったく明確でありません、しばしば起こります)しかし、第2の偽解決が最初のものより非常に正確であることは、直観的に明らかです。それで、まさに分化していないセットを考慮しよう

(3)

(3)

$$S_1 = \{1, 1, 1, 0\};$$

S1 = ｛1、1、1、0｝；

$$S_2 = \{1, 0, 0, 0\}$$

S2 = ｛1、0、0、0｝

where the multiplicities of elements are included. But

要素の多様性が含まれるところ。しかし、

$$\sup S_1 = \sup S_2 = 1,$$

S1 =が S2 をすることをすすってください =1、

so it is necessary to determine just the generalized least upper bounds. The generalized subsets reduced from above are

それで、それはまさに全身性最小上界を決定するのに必要です。 上記から減らされる分化していないサブセットは、そうです

$$\{1, 1, 1, 0\};$$

{1、 1、1、0}；

$$\{1, 1, 0\};$$

{1、 1、0}；

$$\{1, 0\};$$

{1、 0}；

$$\{0\}$$

{0}

and

そして、

$$\{1, 0, 0, 0\};$$

{1、 0、0、0}；

$$\{0, 0, 0\};$$

{0、 0、0}；

$$\{0, 0\};$$

{0、 0}；

$$\{0\}.$$

{0}。

Their sets of least upper bounds coincide with the sets (3) themselves in such a case. The minimally reduced from above subsets having different usual least upper bounds 1 and 0 are

最小上界の彼らのセットは、そのような場合セット（3）自体と同時です。最小限に異なる普通の最小上界 1 と 0 がある上記のサブセットから減らすものは、そうです

$$\{1, 1, 0\}$$

{1、 1、0}

and

そして、

$$\{0, 0, 0\}.$$

{0、 0、0}。

So

そう

$$\mathbf{sup}\ S_1 > \mathbf{sup}\ S_2$$

S1 をすすってください ＞S2 をすすってください

and the second pseudosolution is estimated by E_Λ (for

そして、第 2 の pseudosolution は、EΛ によって推定されます‖（

$$E_{\Lambda}(n(\Lambda))$$

EΛ（n（Λ））

it is obvious) better than the first one as required.

それは明らかです）、最初のものよりよく必要に応じて。

4. Summing Methods for

4. Methods を合計すること

Divergent Series

互いに異なるシリーズ

In particular, such methods for estimating unierrors provide many new methods to sum up divergent series [8, 9]

特に、unierrors を推定するそのような方法は、互いに異なるシリーズを要約するために、多くの新しい方法を提供します[8、9]

$$\sum_{i \in \mathrm{N}} a_i$$

∑i∈N ミツユビナマケモノ

by obtaining constant A that ensures:

それが確実にする恒常的な A を得ることによって：

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{sup}_n \| A - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\| /$$

infA supn || A - （a1 + a2 +…+）|| /

$$(1 + \| A - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\|);$$

（1 + || A - （a1 + a2 +…+）||）;

$$\mathbf{inf}_A\ \lim_{n\to\infty} \| A - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\| /$$

infA に、描いてください→ ∞ || A - （a1 + a2 + …+）|| /

$$(1 + \| A - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\|);$$

（1 + || A - （a1 + a2 +…+）||）;

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{lim}_{n\to\infty} \| A - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\| /$$

infA に、描いてください→ ∞ || A - （a1 + a2 + …+）|| /

$$(1 + \| A - (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\|)$$

（1 + || A - （a1 + a2 +…+）||）

where **lim** is the upper limit;

lim が上限であるところ;

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{sup}_n\ (n^{-1}\Sigma_{i=1}{}^n\ (\|\ A - \Sigma_{i=1}{}^n\ a_i\ \|\ /$$

infA supn（n-1 ∑i=1 n （‖ A－ ∑i=1 n ミツユビナマケモノ ‖ /

$$(1 + \|\ A - \Sigma_{i=1}{}^n\ a_i\ \|))^{q(\mathrm{n})})^{1/q(\mathrm{n})};$$

（1 + ‖ A－ ∑i=1 n ミツユビナマケモノ ‖））q（n)）1/q（n）;

$$\mathbf{inf}_A\ \lim_{n\to\infty}(n^{-1}\Sigma_{i=1}{}^n\ (\|\ A - \Sigma_{i=1}{}^n\ a_i\ \|\ /$$

infA に、描いてください→ ∞（n-1 ∑i=1 n（‖ A - ∑i=1 n ミツユビナマケモノ ‖ /

$$(1 + \|\ A - \Sigma_{i=1}{}^n\ a_i\ \|))^{q(\mathrm{n})})^{1/q(\mathrm{n})};$$

（1 + ‖ A－ ∑i=1 n ミツユビナマケモノ ‖））q（n)）1/q（n）;

$$\mathbf{inf}_A\ \mathbf{lim}_{n\to\infty}(n^{-1}\Sigma_{i=1}{}^n\ (\|\ A - \Sigma_{i=1}{}^n\ a_i\ \|\ /$$

infA に、描いてください→ ∞（n-1 ∑i=1 n（‖ A - ∑i=1 n ミツユビナマケモノ ‖ /

$$(1 + \|\ A - \Sigma_{i=1}{}^n\ a_i\ \|))^{q(\mathrm{n})})^{1/q(\mathrm{n})}$$

（1 + ‖ A－ ∑i=1 n ミツユビナマケモノ ‖））q（n)）1/q(n)

where $q(n)$ is a positive function of n, which can be, in particular, n itself or a constant q.

q（n）が良い面であるところは n の機能します。そして、それは、特に、n 自体または恒常的な q でありえます。

5. Reserves

5. 予備役

But unierrors can be sensitive in principle to inexact pseudo-solutions and not to exact solutions that have different reliabilities, especially if they and relations themselves are inexactly known. For instance, both

しかし、特に彼らと関係が彼ら自身不正確に知られているならば、unierrors は原則として不正確な偽解決に敏感でありえて、正確な解決に異なる信頼性をそんなに持つことがありえません。たとえば、両方とも

$$x_1 = 1 + 10^{-10}$$

x1 =1 + 10-10

and

そして、

$$x_2 = 1 + 10^{10}$$

x2 =1 + 1010

are exact solutions to the inequality

正確な解決は、不平等にあります

$$x > 1,$$

x > 1、

but x_1 is practically dubious and x_2 is guaranteed. So it is necessary to introduce some concept of a reserve

しかし、x1 はほとんど疑わしいです、そして、x2 は保証されます。それが蓄えの若干の概念を持ち出すのに必要であるように、

$$R: U \rightarrow [-1, 1]$$

R：　U → [-1、1]

whose values satisfy the following basic axioms:

誰の価値が、以下の基本的な原理を満たしますか：

1) for every $i \in I$,

1）　あらゆる i のために　∈　私、

$$R(i) = - \mathrm{E}(i) \in [-1, 0];$$

R(i) = - E(i)∈［-1、0］；

2) for every $e \in E$,

2）　あらゆる e のために　∈　E、

$$R(e) \in [0, 1];$$

R（e)∈［0、1］；

3) there exist such an $i \in I$ and an $e \in E$ that

3） そのような i が存在します ∈ 私 そして、e∈E が、それです

$$R(i) = -1$$

R(i) =-1

and

そして、

$$R(e) = 1.$$

R（e) = 1。

For instance, the reserve of any pseudosolution x to the combined inequalities

たとえば、複合不平等へのどんな pseudosolution x の蓄えでも

$$[_{\alpha\in A}\, a_{\alpha} \Leftarrow x \Leftarrow b_{\beta}\,{}_{\beta\in B}]$$

［α ∈A aα ⇐x ⇐bβ β ∈B］

where

どこで

$$a, b, x$$

b（x）

are real numbers;

実数です;

⇐ is one of the signs

⇐サインのうちの 1 つです

$<, \leq,$

<、 ≦

can be defined as

定義されることができます

$$R(x, [_{\alpha\in A}\ a_\alpha \Leftarrow x \Leftarrow b_{\beta\ \beta\in B}]) =$$

R（x‖［α ∈A aα ⇐ x ⇐ bβ β ∈B］ =

$$\mathbf{inf}_{\alpha\in A,\ \beta\in B}\,((x - a_\alpha)/(|x|+2|a_\alpha|+1), (b_\beta - x)/(|x|+2|b_\beta|+1)).$$

infα ∈A、 β ∈B（（x－ aα）/（|x|+2|aα|+1）、 （bβ - x)/（|x|+2|bβ|+1））。

6. Pseudo-Solutions

6.偽 Solutions

Thus reserves provide arranging all pseudo-solutions. If there exists a pseudo-solution that has the maximal reserve, that may be called a super-pseudo-solution. An exact super-pseudo-solution may be called a super-solution, an inexact one is called a quasi-solution. The super-solution to the inequalities

こ のように、蓄えはすべての偽解決を手配することを提供します。最大限の蓄えを持つ偽解決が存在するならば、それはスーパー疑似解決と呼ばれているかもしれ ません。正確なスーパー疑似

解決はスーパー解決と呼ばれているかもしれません、不正確なものは準解決と呼ばれています。

不平等のスーパー解決

(6)

(6)

$$a_0 \Leftarrow x \Leftarrow a_1$$

a0 ⇐x ⇐a1

is

あります

$$x_s = 0.25\ (((2 + 2|a_0| + 2|a_1| - |a_0 + a_1|)^2 + 8|a_0 + a_1|)^{1/2}$$

xs = 0.25（（（2 + 2 つの|a0| + 2 つの|a1| ー |a0 + a1|）2 + 8|a0 + a1|）1/2

$$- 2 - 2|a_0| - 2|a_1| + |a_0 + a_1|)\ \mathrm{sign}\ (a_0 + a_1).$$

ー 2 - 2 つの|a0| ー2 つの|a1| + |a0 + a1|）、署名してください（a0 + a1）。

If there exists a pseudo-solution that has the minimal reserve and is inexact, it may be called an anti-solution. The anti-solutions to the same inequalities (6) are

最小の蓄えを持って、不正確である偽解決が存在するならば、それは反解決と呼ばれているかもしれません。同じ不平等(6)の反解決は、そうです

$$x_A = -\infty$$

xA =ー ∞

if

もしも

$$a_1 > |a_0|$$

a1 > |a0|

or

あるいは、

$$(a_1 = |a_0|$$

（a1 = |a0|

and (6) has a form

そして、(6)には形があります

$$-|a_0| < x \leq |a_0|);$$

－|a0| < x ≤ |a0|）;

$$x_A = +\infty$$

xA = + ∞

if

もしも

$$a_0 < -|a_1|$$

a0 <－|a1|

or

あるいは、

$$(a_0 = -|a_1|$$

（a0 = — |a1| —

and (6) has a form

そして、(6)には形があります

$$-|a_0| \leq x < |a_0|);$$

一|a0| ≤ x< |a0|）;

$$x_A = \pm\infty$$

xA = ± ∞

if

もしも

$$a_0 = -a_1$$

a0 =-a1

and (6) has a form

そして、(6)には形があります

$$-|a_0| < x < |a_0|$$

一|a0| < x< |a0|

or

あるいは、

$$-|a_0| \le x \le |a_0|.$$

－|a0| ≤ x ≤ |a0|。

If the set of pseudo-solutions is compact, super-quasi-solutions exist. They can be determined by the method of equalizing the partial reserves of a pseudo-solution to separate relations.

偽解決のセットがコンパクトであるならば、スーパー-準-解決が存在します。 彼らは、関係を切り離すために偽解決の部分的な蓄えを等しくする方法で測定されることができます。

7. Probabilities

7.可能性

Estimations are often given by corresponding probabilities. It is possible to generalize the concept of a probability [10] that is locally logical because every elementary outcome gives either 0 (if it is not favorable) or 1 (if it is favorable). So a usual probability may be considered as a logical reserve that is equal to 1 for exact solutions and to 0 for inexact pseudo-solutions.

評 価は、対応する可能性によってしばしばされます。あらゆる基本の結果が 0（それが有利でな

いならば）か１（それが有利であるならば）を与えるので、地元で 論理的である可能性［10］の概念を一般化することは、可能です。それで、普通の可能性は、正確な解決のための１まで、そして、不正確な偽解決のための０まで等しい論理的蓄えと思われるかもしれません。

Let us consider the conditional probability

条件付き確率を考慮しよう

$$P(s|p)$$

P(s|p)

that some pseudo-solution is an exact solution. When using uniform distributions on

とても若干の偽解決は、正確な解決です。やっている均一な分布を使うとき、

$$(-\infty, \infty)$$

（－ ∞ ∞）

or

あるいは、

$$(-\pi/2, \pi/2) \ni \chi = \arctan x,$$

（-π/2、 π/2） ∋ χ=逆正接関数 x、

the probability of holding the following inequalities is:

以下の不平等を持つ可能性は、以下の通りです：

$x < a$:

x <：

$$P(s|p) = 1/2 + 1/2 \times a/\infty$$

P（s|p) = 1/2 + 1/2 ×a/ ∞

or

あるいは、

$$P(s|p) = 1/2 + 1/\pi \ \arctan a;$$

P（s|p）= 1/2 + 1/π 逆正接関数;

$x > a$:

x >：

$$P(s|p) = 1/2 - 1/2 \times a/\infty$$

P（s|p) = 1/2 - 1/2 ×a/ ∞

or

あるいは、

$$P(s|p) = 1/2 - 1/\pi \ \arctan a;$$

P（s|p) = 1/2 - 1/π 逆正接関数;

$a_0 < x < a_1$:

a0 ＜x< a1：

$$P(s|p) = 1/2 \times (a_1 - a_0)/\infty$$

P（s|p) = 1/2 ×（a1 - a0）/ ∞

or

あるいは、

$$P(s|p) = 1/\pi \times (\arctan a_1 - \arctan a_0).$$

P（s|p) = 1/π ×（逆正接関数 a1 - 逆正接関数 a0）。

When using uniform distributions on

やっている均一な分布を使うとき、

$$(-\infty, \infty)$$

（－ ∞ ∞）

or

あるいは、

$$(-\pi/2, \pi/2) \ni \chi = \arctan x$$

（-π/2、 π/2） ∋ χ =逆正接関数 x

corresponding to more sensitive reserves generalizing probabilities, the expected value of the reserve (5) of the inequalities (6) is

可能性を一般化しているより敏感な蓄えと一致して、不平等(6)の予備(5)の期待値は、そうです

$$M\,R(x, a_0 < x < a_1) = (2\pi)^{-1} \times$$

M R(x、a0<は< a1 に×印を付けます) =(2π)-1 ×

$$\Sigma_{i=0}{}^{1}\ (((-1)^i + \mathrm{sign}\ x_s)a_i \ln(1 + 2|a_i|)/(1 + 2|a_i| + 2a_i{}^2)\ -$$

∑i=0 1（（（-1）i +のサイン xs）ailn（1 + 2 つの| ミツユビナマケモノ|）/（1 + 2| ミツユビナマケモノ| + 2ai2）－

$$0.25(1 + (-1)^i\ (a_i + 2a_i|a_i|)/(1 + 2|a_i| + 2a_i{}^2)) +$$

0.25（1 +私（-1）（ミツユビナマケモノ+ 2ai| ミツユビナマケモノ|）/（1 + 2 つの| ミツユビナマケモノ| + 2ai2））+

$$(2\pi)^{-1}(\arctan x_s)\Sigma_{i=0}{}^{1}\ (\mathrm{sign}\ x_s - (a_i + 2a_i|a_i|)/(1 + 2|a_i| + 2a_i{}^2) +$$

(2π)-1(逆正接関数 xs) ∑i=0 1（xs に署名してください - (ミツユビナマケモノ+ 2ai| ミツユビナマケモノ|)/（1 + 2| ミツユビナマケモノ| + 2ai2）+

$$(4\pi)^{-1}\Sigma_{i=0}{}^{1}\ (1 + a_i\ \mathrm{sign}\ x_s + 2|a_i|)\ln((1 + x_s{}^2)/$$

(4π)-1 ∑i=0 1（1 + ミツユビナマケモノ徴候 xs + 2| ミツユビナマケモノ|）ln（（1 + xs2）/

$$(1 + 2|a_i| + 2a_i{}^2))/(1 + 2|a_i| + 2a_i{}^2).$$

（1 + 2 つの| ミツユビナマケモノ| + 2ai2））/（1 + 2| ミツユビナマケモノ| + 2ai2）。

Besides that, the usual probability, initial and central moments [10] are not sensitive to the incompleteness of information. For example, each of them gives identical results when one ball is extracted from a box having white and black balls in equal or unknown portions. It is conditioned by the first power of probabilities (for discrete random variables) or of their densities (for continuous ones). Hence one may utilize (usual or normed) initial and centra1 moments for which this power is not equal to 1.

そ れの他に、普通の可能性、イニシャルと中心瞬間［10］は、情報の不完全さに敏感でありません。たとえば、1 つのボールが等しいか未知の部分で白くて黒い ボールを備えている箱から引き抜かれるとき、彼らの各々は同一の結果を与えます。それは、可能性（別々の確率変数のために）の、または、彼らの密度（連続 もののために）の最初の力によって条件づけられます。それゆえに、人はこの力が 1 と等しくない（普通であるかノルム）最初のおよび centra1 瞬間を利 用するかもしれません。

Bibliography

参考文献

[1] Barford, N. C. Experimental Measurements: Precision, Error, and Truth. Addison-Wesley, 1967

[1] バーフォード、N. C.実験的な寸法： 精度、エラーと真実。アディソン - ウェズリー、1967

[2] Taylor, J. R. An Introduction to Errors Analysis. University Science Books Mill Valley, California, 1982

[2]　エラーにテイラー（J. R）。導入 分析。大学科学本が、谷、カリフォルニア、1982 を粉にします

[3] Cantor, G. Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts. Berlin, 1932

[3]　カントール、G. Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts。ベルリン、1932

[4] Hausdorff, F. Grundzüge der Mengenlehre. Leipzig, 1914

[4]　ハウスドルフ、F. Grundz ge der Mengenlehre.ライプツィヒ、1914

[5] Weierstraß, K. T. W. Mathematische Werke. Berlin, Leipzig, 1894-1927, Bd. 1-7

[5]　Weierstra、K. T. W. Mathematische Werke.ベルリン、ライプツィヒ、1894-1927、Bd. 1-7

[6] Gelimson, L. G. Generalization of Analytic Methods for Solving Strength Problems [In Russian]. Drukar Publishers, Sumy, 1992

[6]　Gelimson（L. G）。Generalization の 強さ問題［ロシア語で］を解決する分析的方法。Drukar 出版者、Sumy、1992

[7] Gelimson, L. G. General Strength Theory. Drukar Publishers, Sumy, 1993

[7]　Gelimson、L. G.将軍強さ 理論。Drukar 出版者、Sumy、1993‖

[8] Borel, E. Lecons sur les Séries Divergentes. Paris, 1928

[8]　ボレル、レズ S ries に基づく E. Lecons Divergentes.パリ、1928

[9] Cooke, G. Infinite Matrices and Sequence Spaces. London, 1950

[9] クック、G.無限のマトリックスとシーケンス スペース。ロンドン（1950）

[10] Fréchet, M. Recherches théoriques modernes sur la théorie des probabilites. Paris, 1937-1938

[10] Fr chet、M. Recherches th oriques ラ th orie 12 月 probabilites に基づく modernes。パリ、193
7～1938